Przygotowanie do matury na MAKSA!

FESTIWALE MATURALNE

Matura z matematyki bez stresu!

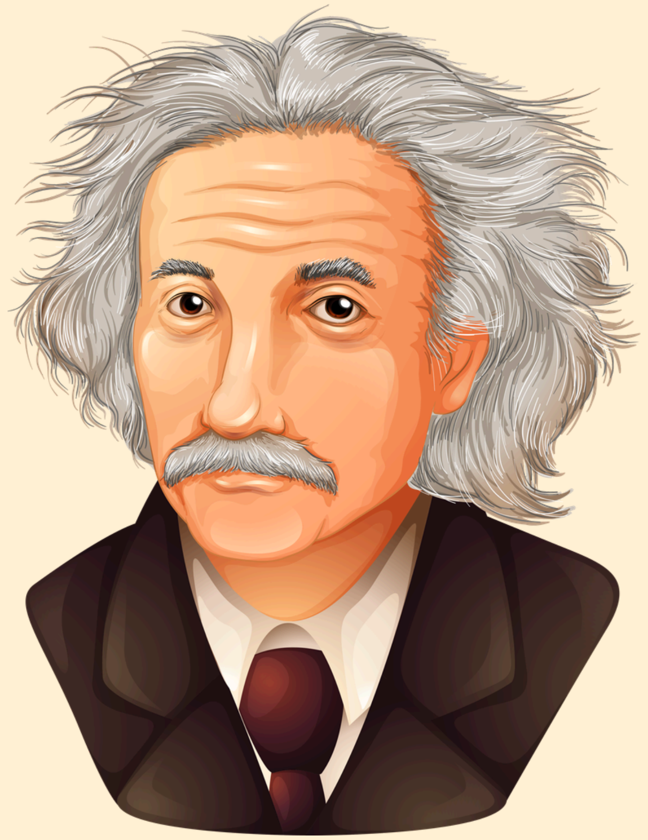
Prowadząca: **PAULINA MIŚ** — zdobywczyni I miejsca w Plebiscycie Orły Edukacji

Paulina od Matematyki

EXAM!

Jaki jest Wasz cel % z matury z matematyki?

Paulina od Matematyki



Szaleństwem jest robić wciąż to samo i oczekiwać różnych rezultatów.

Albert Einstein

Zasady pracy:

1) Pytamy, jeśli coś jest niejasne (nie ma głupich pytań)

2) Wyciszamy/wyłączamy telefony i powiadomienia

3) Słuchamy się wzajemnie

4) Mówi tylko jedna osoba

5) Jesteśmy punktualni

6) Można robić zdjęcia zadań

Plan:

11:00–11:50 | Potęgi i logarytmy bez tajemnic!

12:00–12:50 | Funkcje – liniowa i kwadratowa na luzie!

13:00–13:50 | Ciągi i trygonometria – wzory pod kontrolą!

14:00–14:50 | Planimetria i geometria analityczna – geometria w pigułce!

15:00–15:50 | Stereometria, prawdopodobieństwo i statystyka na wyciągnięcie ręki!

Paulina od Matematyki

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\sqrt{x+y}$$

Potęgi, pierwiastki i logarytmy bez tajemnic!

Potęgi i pierwiastki

$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

$x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$

- Niech m, n będą liczbami całkowitymi dodatnimi. Definiujemy:
  - dla $a \neq 0$: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ oraz $a^0 = 1$
  - dla $a \geq 0$: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
  - dla $a > 0$: $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

$5^{-1} = \frac{1}{5}$

$4^{\frac{3}{2}} = \sqrt{4^3} = 2^3 = 8$

$5^0 = 1$

$(-5)^0 = 1$

$-5^0 = -1$

- Niech r, s będą dowolnymi liczbami rzeczywistymi. Jeśli $a > 0$ i $b > 0$, to:

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s} \qquad (a^r)^s = a^{r \cdot s} \qquad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Liczba $\frac{1}{2} \cdot 2^{2014}$ jest równa:

A. 2^{2013}

B. 2^{2012}

C. 2^{1007}

D. 1^{2014}

$$2^{-1} \cdot 2^{2014} =$$

$$= 2^{-1+2014} = 2^{2013}$$

Zadania

Liczba $\frac{9^5 \cdot 5^9}{45^5}$ jest równa:

A. 45^{40}

B. 45^9

C. 9^4

D. 5^4

$$\frac{9^5 \cdot 5^9}{(9 \cdot 5)^5} =$$

$$= \frac{\cancel{9^5} \cdot 5^9}{\cancel{9^5} \cdot 5^5} = 5^{9-5} = 5^4$$

Zadania

Dla każdej dodatniej liczby a iloraz $\frac{a^{-2,6}}{a^{1,3}}$ jest równy:

A. $a^{-3,9}$

B. a^{-2}

C. $a^{-1,3}$

D. $a^{1,3}$

$$a^{-2,6-1,3} = a^{-3,9}$$

$$\frac{x^{-7}}{x^{-2,2}} = x^{-7\overset{+}{-}(-2,2)} = x^{-4,8}$$

Zadania

$x + x + x + x = 4x$

Suma $16^{24} + 16^{24} + 16^{24} + 16^{24}$ jest równa:

A. 4^{24}

B. 4^{25}

C. 4^{48}

D. 4^{49}

$4 \cdot 16^{24} =$

$= 4^1 \cdot (4^2)^{24} =$

$= 4^1 \cdot 4^{48} = 4^{49}$

Paulina od Matematyki

$\cancel{\sqrt{x^{\cancel{2}}}} = |x|$

Pierwiastki

$\cancel{\sqrt{10^{\cancel{2}}}} = 10$

- Pierwiastkiem arytmetycznym $\sqrt[n]{a}$ stopnia n z liczby $a \geq 0$ nazywamy liczbę $b \geq 0$ taką, że $b^n = a$.

  W szczególności, dla każdej liczby rzeczywistej a prawdziwa jest równość:

  $$\boxed{\sqrt{a^2} = |a|}$$

  Jeżeli $a < 0$ oraz liczba n jest nieparzysta, to $\sqrt[n]{a}$ oznacza liczbę $b < 0$ taką, że $b^n = a$.

  W zbiorze liczb rzeczywistych pierwiastki stopni parzystych z liczb ujemnych nie istnieją.

$\sqrt[4]{x^4} = |x|$

$\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$

$\sqrt[3]{x^3} = x$

Paulina od Matematyki

Zadania

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

Liczba $\left(5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równa:

A. $\sqrt[6]{5}$

B. $\sqrt[3]{25}$

C. $\sqrt{5}$

D. $\sqrt[3]{5}$

$$\left(5^{1} \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \left(5^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{\cancel{3}^{1}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_{1}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy:

A. x

B. $\sqrt[10]{x}$

C. $\sqrt[18]{x}$

D. x^2

$$x^{\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3}} \cdot x^{\frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2}} \cdot x^{\frac{1}{6}} =$$

$$= x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{6}{6}} = x^{1}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Liczba $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ jest równa:

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. 4

D. $\sqrt{10}-\sqrt{6}$

$3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ ✓

$3\sqrt{2}-5\sqrt{3}$ ✗

$\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$$\frac{5\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}}=2$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 3\sqrt{2}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Liczbę $\sqrt[4]{9 \cdot \sqrt{3}}$ można zapisać w postaci:

A. $3^{\frac{5}{8}}$

B. $3^{\frac{11}{4}}$

C. $3^{\frac{1}{4}}$

D. $3^{\frac{9}{8}}$

$$\sqrt[4]{9 \cdot \sqrt{3}} = \left(3^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(3^{2\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{4}} = 3^{\frac{5}{8}}$$

Paulina od Matematyki

$$|-50+99| = |49| = 49$$

Wartość bezwzględna

$$|-5| = 5$$

$$|5| = 5$$

$$|\overset{\ominus}{1-\sqrt{2}}| = -1+\sqrt{2} = \sqrt{2}-1$$

$$|\overset{\ominus}{2-\sqrt{3}-\sqrt{5}}| = -2+\sqrt{3}+\sqrt{5}$$

$$|\overset{\oplus}{\sqrt{3}-1}| = \sqrt{3}-1$$

$$|x-2| = 10$$

$$x-2=10 \quad \vee \quad x-2=-10$$

$$\underline{x=12} \qquad \underline{x=-8}$$

Zadania

Liczba $|5-7|-|-3+4|$ jest równa:

$|-2|-|1| = 2-1 = 1$

A. -3
B. -5
C. 1
D. 3

Zadania

Liczbami spełniającymi równanie $|2x+3|=5$ są:

A. 1 i -4
B. 1 i 2
C. -1 i 4
D. -2 i 2

$2x+3=5 \quad \vee \quad 2x+3=-5$

$2x=2 \,/:2 \qquad 2x=-8 \,/:2$

$x=1 \qquad x=-4$

Paulina od Matematyki

Zadania

$4x \geq 0 \quad /:4$

$x \geq 0$

!

Wskaż liczbę, która spełnia równanie $|3x + 1| = 4x$

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = 2$

D. $x = -2$

(2012/05 zad. 5, 1 pkt)

$3x + 1 = 4x \quad \vee \quad 3x + 1 = -4x$

$1 = x$

$7x = -1 \quad /:7$

$x = -\frac{1}{7} \notin D$

* $|3x+1| = -4$

$x \in \emptyset$ brak rozwiązań

$-2|x+1| = -10 \quad /:(-2)$

$|x+1| = 5$

Zadania

Która z poniższych równości jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej x ?

A. $\sqrt{x^2} = x$

B. $|-x| = x$

C. $|x-1| = x-1$

D. $\sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$

Paulina od Matematyki

Logarytmy

$\log_2 8 = 3$

- Niech $a > 0$ i $a \neq 1$. Logarytmem $\log_a b$ liczby $b > 0$ przy podstawie a nazywamy wykładnik c potęgi, do której należy podnieść a, aby otrzymać b:

$$\boxed{\log_a b = c \qquad \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} \qquad a^c = b}$$

Równoważnie:

$$\boxed{a^{\log_a b} = b}$$

$2^{\log_2 5} = 5$

- Dla dowolnych liczb rzeczywistych $x > 0$, $y > 0$ oraz r prawdziwe są równości:

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \qquad \log_a x^r = r \cdot \log_a x$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Zadania

Liczba $log_4 8 + log_4 2$ jest równa:

A. 1

B. 2

C. $log_4\ 6$

D. $log_4\ 10$

$\log_4(8\cdot 2) = \log_4 16 = 2$

Zadania

$2 - 3 = -1$

Liczba $log100 - log_2 8$ jest równa:

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

$10^2 = 100$

$\log_{10} 100 = 2$

$\log_2 8 = 3$

$2^3 = 8$

Zadania

$2 \cdot \quad -2 = -4$

Iloczyn $2 \cdot \boxed{\log_{\frac{1}{3}} 9}$ jest równy:

A. -6

B. -4

C. -1

D. 1

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x} = 9$$

$$\cancel{3}^{-1x} = \cancel{3}^{2}$$

$$-x = 2 \quad / \cdot (-1)$$

$$x = -2$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Liczba $\frac{\log_3 729}{\log_6 36}$ jest równa:

6

2

A. $\log_6 693$

B. 3

C. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{81}{4}$

D. 4

Paulina od Matematyki

Zadania

Liczba $log_5\sqrt{125}$ jest równa:

A. $\frac{2}{3}$

B. 2

C. 3

D. $\frac{3}{2}$

$$5^x = \sqrt{125}$$

$$5^x = (5^3)^{\frac{1}{2}}$$

$$5^x = 5^{\frac{3}{2}}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Liczba $2log_3 6 - log_3 4$ jest równa:

A. 4
B. 2
C. $2log_3 2$
D. $log_3 8$

$log_3 6^2 - log_3 4 =$

$= log_3 36 - log_3 4 =$

$= log_3\left(\frac{36}{4}\right) = log_3 9 = 2$

Paulina od Matematyki

Zadania

Niech $log_3 18 = c$. Wtedy $log_3 54$ jest równy:

A. $c - 1$

B. c

C. $c + 1$

D. $c + 2$

(2021/05 zad. 4, 1 pkt)

$$\log_3 54 = \log_3 (18 \cdot 3) =$$

$$= \log_3 18 + \log_3 3 =$$

$$= c + 1$$

Procenty i VAT

- Procent składany

Jeżeli kapitał początkowy K_0 złożymy na okres n lat na lokacie bankowej, której oprocentowanie wynosi $p\%$ w skali rocznej, a kapitalizacja odsetek następuje po upływie każdego roku trwania lokaty, to kapitał końcowy K_n jest określony wzorem:

$$\boxed{K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

netto + VAT = brutto

100% + 23% = 123%

8% = 108%

5% = 105%

Przy 23-procentowej stawce podatku VAT cena brutto samochodu jest równa 45018 zł. Jaka jest cena netto tego samochodu?

A. 34 663,86 zł

B. 36600 zł

C. 44995 zł

D. 55 372,14 zł

45.018zł — 123%

x — 100%

x = 36 660

Zadania

Liczby a i b są dodatnie oraz 12% liczby a jest równe 15% liczby b. Stąd wynika, że a jest równe:

A. 103% liczby b

B. 125% liczby b

C. 150% liczby b

D. 153% liczby b

$$0{,}12a = 0{,}15b \quad /:0{,}12$$

$$a = 1{,}25b$$

(2013/05 zad. 2, 1 pkt)

Paulina od Matematyki

Zadania

Cenę drukarki obniżono o 20%, a następnie nową cenę obniżono o 10%. W wyniku obu tych zmian cena drukarki zmniejszyła się w stosunku do ceny sprzed obu obniżek o:

A. 18%

B. 28%

C. 30%

D. 72%

$$100\% \xrightarrow{-28\%} 72\%$$

$$100\% - 72\% = 28\%$$

Paulina od Matematyki

Wzory skróconego mnożenia

Dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n oraz dowolnych liczb rzeczywistych a, b mamy:

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + a^{n-k}b^{k-1} + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

W szczególności:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \qquad a^2 - 1 = (a-1)(a+1)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \qquad a^3 - 1 = (a-1)(a^2 + a + 1)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \qquad a^3 + 1 = (a+1)(a^2 - a + 1)$$

$$a^n - 1 = (a-1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \ldots + a + 1)$$

Paulina od Matematyki

Zadania

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)=$$
$$=(\cancel{2a}-3-\cancel{2a}-3)(2a-\cancel{3}+2a+\cancel{3})=-6\cdot 4a=-24a$$

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(\underbrace{2a-3}_{a})^2-(\underbrace{2a+3}_{b})^2$ jest równe

A. -24a

B. 0

C. 18

D. $16a^2-24a$

$$4a^2-2\cdot 2a\cdot 3+9-(4a^2+2\cdot 2a\cdot 3+9)=$$
$$=\cancel{4a^2}-12a+\cancel{9}-\cancel{4a^2}-12a-\cancel{9}=$$
$$=-24a$$

$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$

Dowodzenie - Zadania

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0.$$

$$a^2-2ab+b^2+2a^2+2b^2 \geq 0$$

$$\underbrace{(a-b)^2}_{\geq 0}+\underbrace{2a^2}_{\geq 0}+\underbrace{2b^2}_{\geq 0} \geq 0$$

Suma liczb nieujemnych jest ≥ 0.

Dowodzenie - Zadania

Wykaż, że liczba $4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020}$ jest podzielna przez 17.

$$4^{2017}\left(\underbrace{1}_{1}+\underbrace{4^{1}}_{4}+\underbrace{4^{2}}_{16}+\underbrace{4^{3}}_{64}\right)=$$

$$=4^{2017}\cdot 85 = 17\cdot \underbrace{5\cdot 4^{2017}}_{k} = 17\cdot k,\ k\in N$$

Liczbę możemy zapisać jako 17 razy liczba całkowita, więc jest podzielna przez 17.

Paulina od Matematyki

Dowodzenie - Zadania

C
Z

Udowodnij, że każda liczba całkowita k, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2, ma tę własność, że reszta z dzielenia liczby $3k^2$ przez 7 jest równa 5.

$7(\ldots\ldots)+5$

(2014/05 zad. 28, 2 pkt)

$k = 7\cdot n + 2,\quad n \in C$

$$3k^2 = 3(7n+2)^2 = 3(49n^2 + 28n + 4) =$$

$$= 147n^2 + 84n + 12 = 7(\underbrace{21n^2 + 12n + 1}_{m}) + 5 = 7\cdot m + 5,\quad m \in C$$

Przerwa do 12:00

Paulina od Matematyki

love

Funkcja liniowa – Twój maturalny przyjaciel!

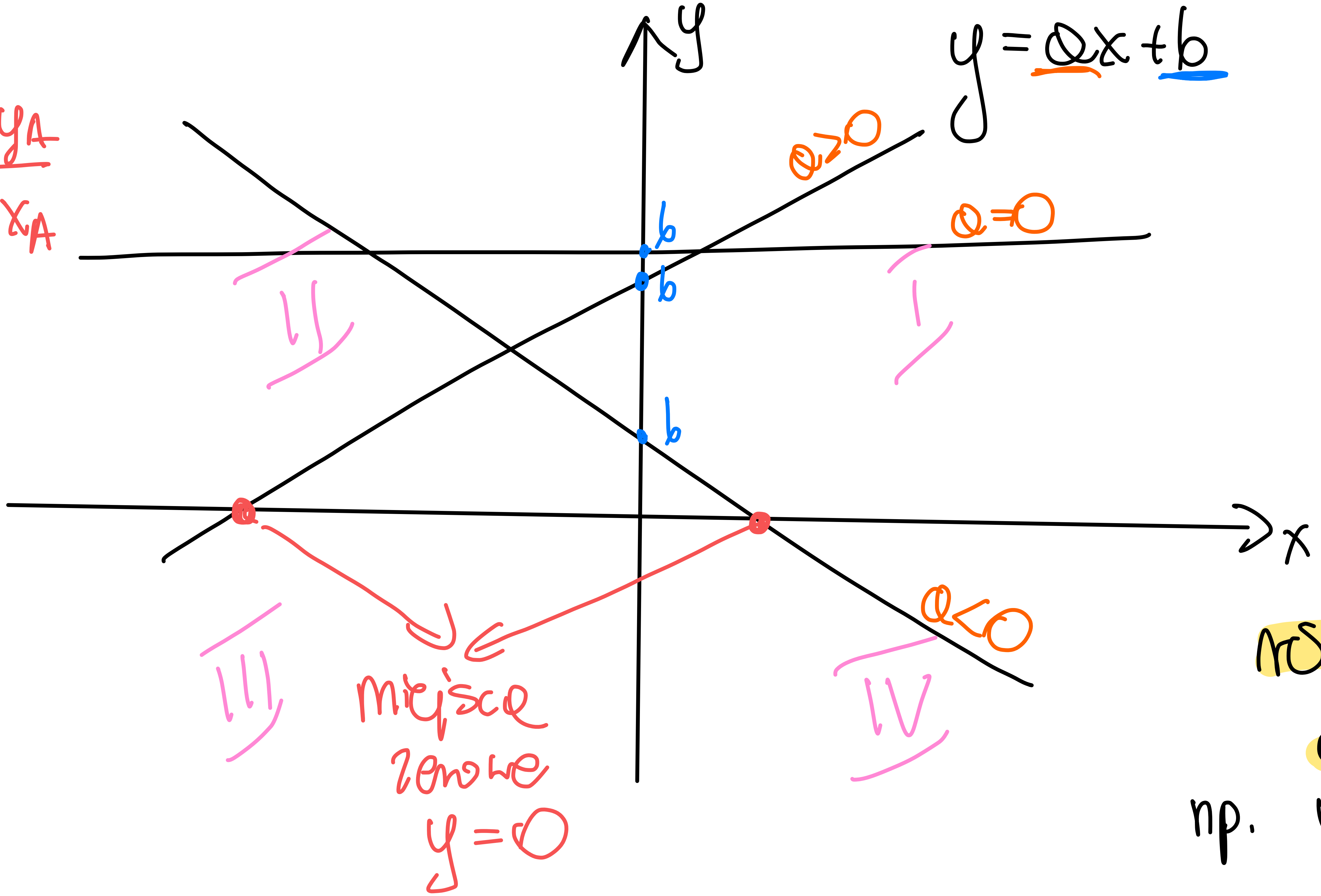
Paulina od Matematyki

$f(x) = y$

Wszystko o funkcji liniowej

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$y = \underline{a}x + \underline{b}$



równoległe $\parallel$

$a_1 = a_2$

np. $y = 2x + 5$
$y = 2x - 10$

Zadania

Wskaż m, dla którego funkcja liniowa $f(x) = (m-1)x + 6$ jest rosnąca

A. $m = -1$

B. $m = 0$

C. $m = 1$

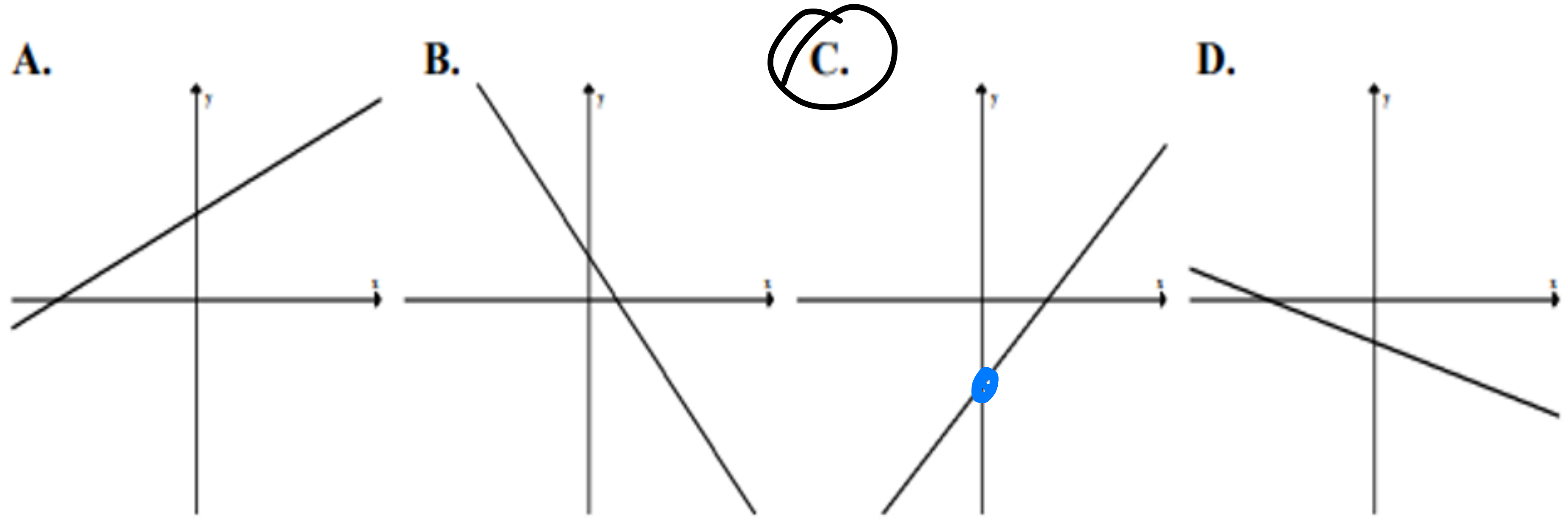
D. $m = 2$

$m - 1 > 0$

$m > 1$

Zadania

Na którym rysunku przedstawiono wykres funkcji liniowej $y = ax + b$ takiej, że $a > 0$ i $b < 0$?



Paulina od Matematyki

Zadania

0

Funkcja liniowa określona jest wzorem $f(x) = -\sqrt{2}x + 4$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

A. $-2\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $2\sqrt{2}$

$$0 = -\sqrt{2}x + 4$$

$$\sqrt{2}x = 4 \quad /:\sqrt{2}$$

$$x = \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

$x_0 = \frac{-b}{a}$

f. liniowe!

$a>0$

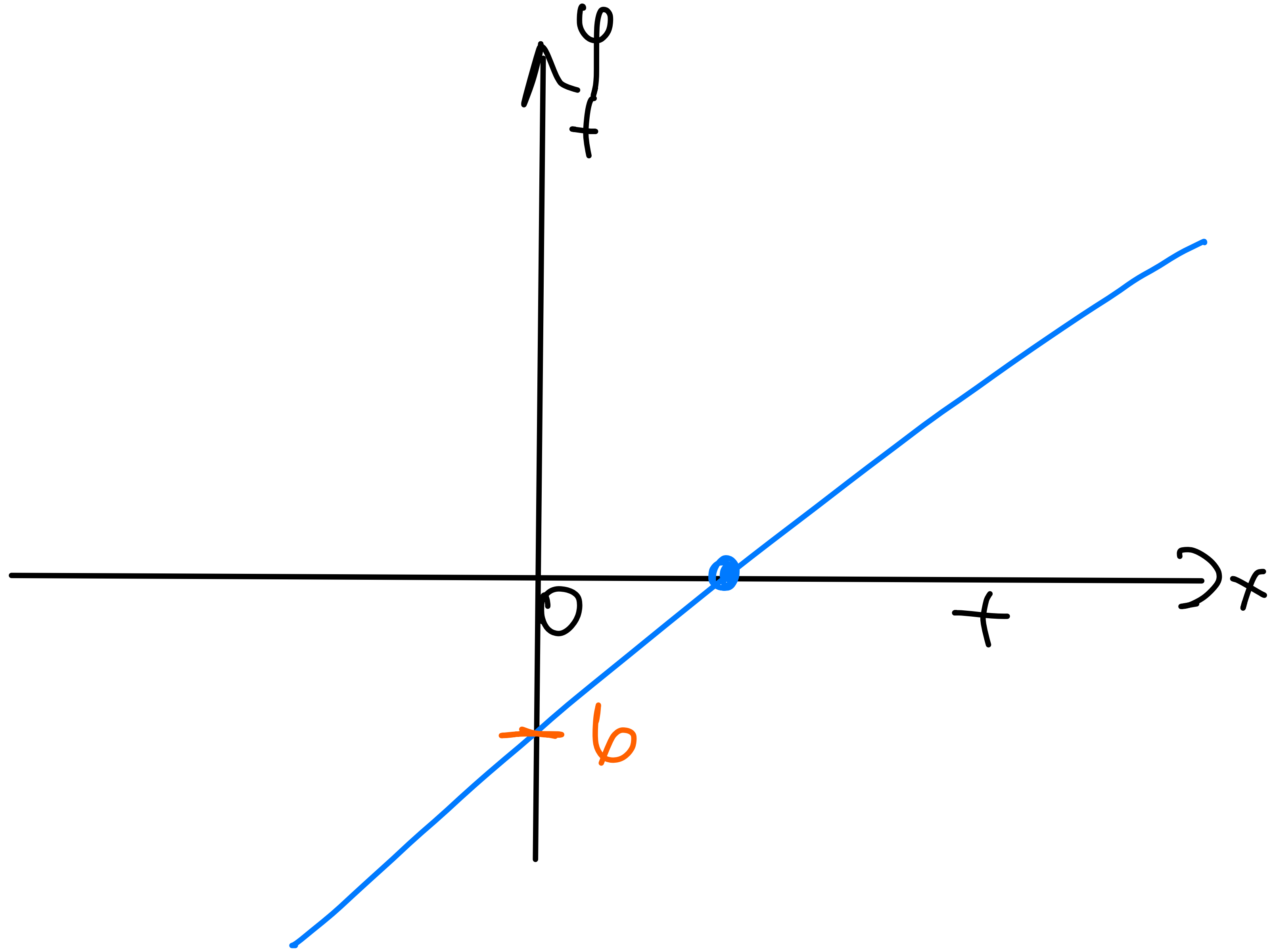
Funkcja liniowa $f(x) = ax + b$ jest rosnąca i ma dodatnie miejsce zerowe. Stąd wynika, że

A. $a > 0$ *i* $b > 0$

B. $a < 0$ *i* $b < 0$

C. $a < 0$ *i* $b > 0$

D. $a > 0$ *i* $b < 0$



Zadania

Funkcja liniowa $f(x) = (1 - m^2)x + m - 1$ nie ma miejsc zerowych dla

A. $m = 1$
B. $m = 0$
C. $m = -1$
D. $m = -2$

$b \neq 0$

$m - 1 \neq 0$

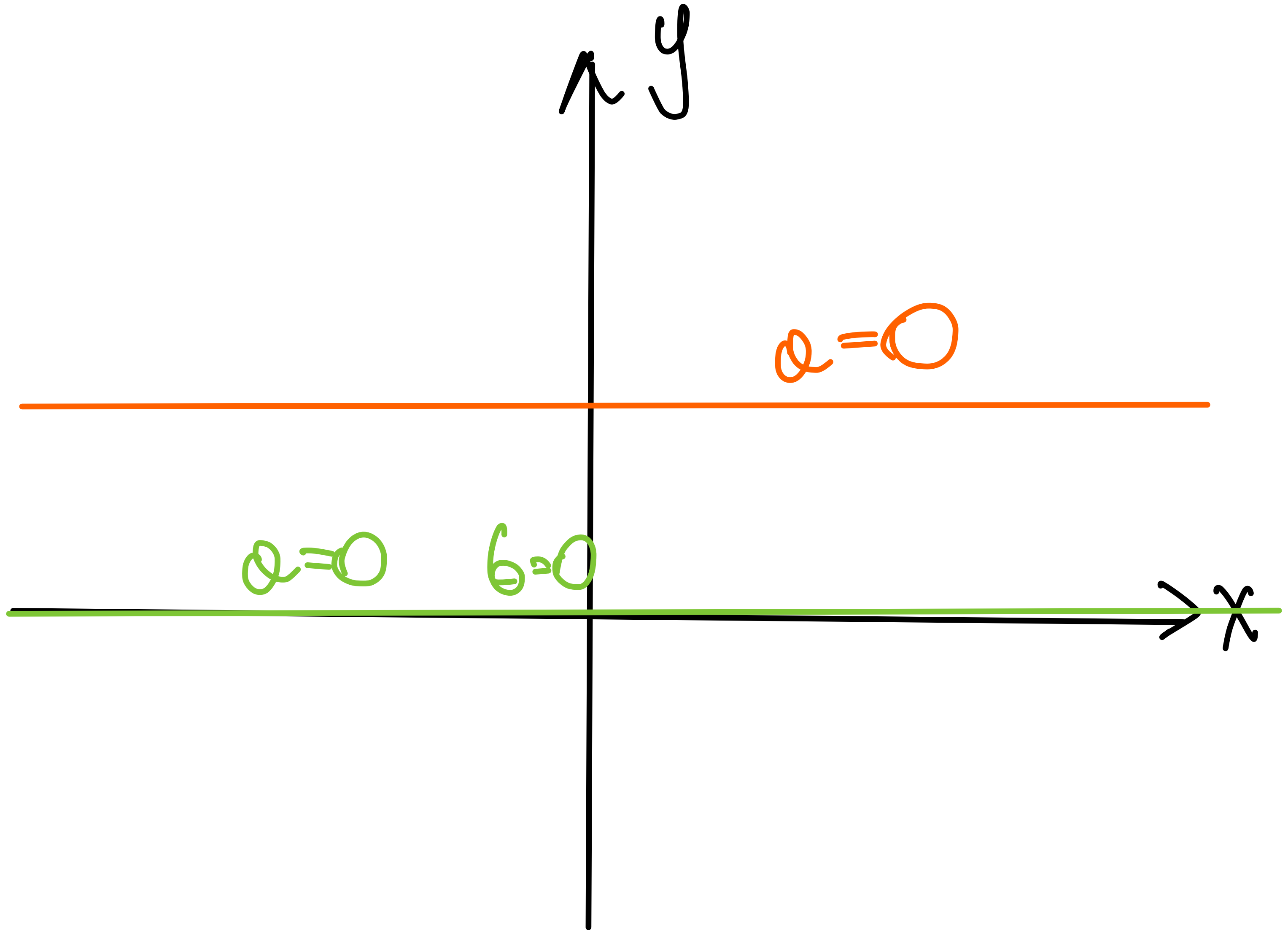
$m \neq 1$

$1 - m^2 = 0$

$1 = m^2 \quad |\sqrt{\ }$

$1 = |m|$

$m = 1 \vee m = -1$



Paulina od Matematyki

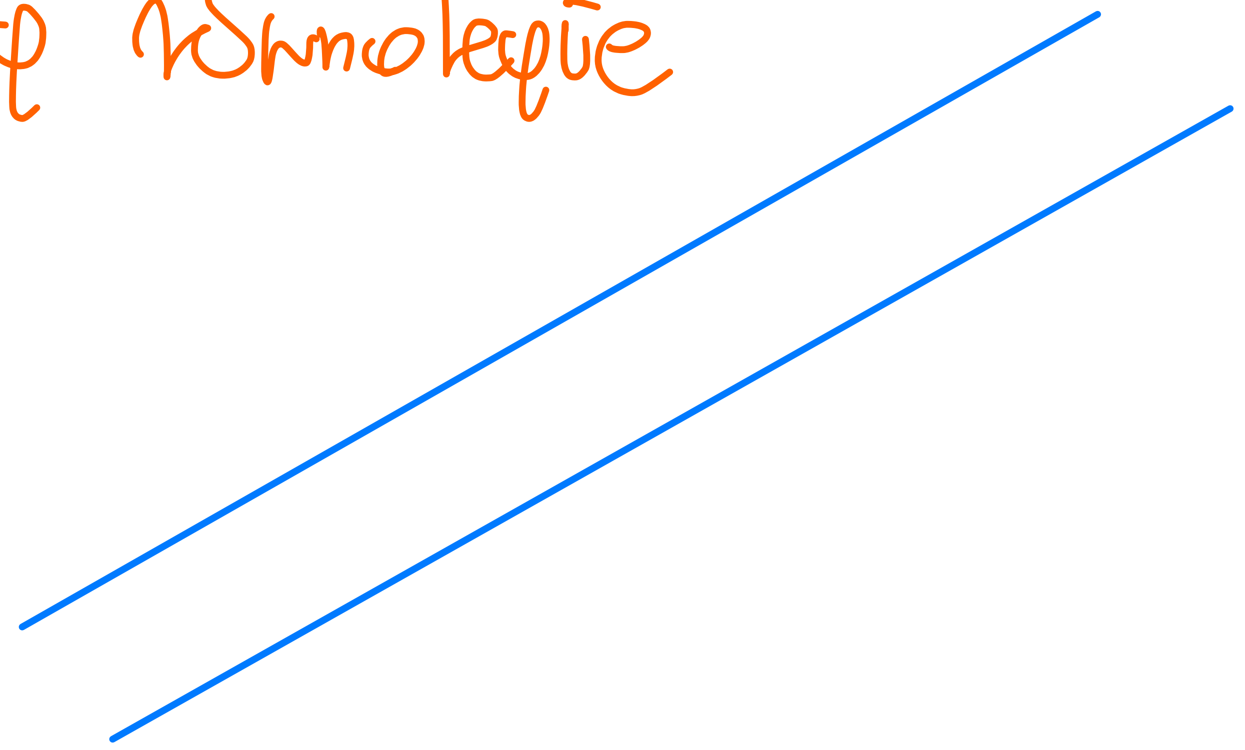
Zadania

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresy funkcji liniowych $f(x) = (2m + 3)x + 5$ oraz $g(x) = -x$ nie mają punktów wspólnych dla

A. $m = -2$
B. $m = -1$
C. $m = 1$
D. $m = 2$

Są równoległe

$$2m+3=-1$$
$$2m=-4$$
$$m=-2$$



Zadania

0

Liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (3 - m)x + 4$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczba m jest równa

A. 0

B. 3

C. 4

D. 5

$$0 = (3-m)\cdot 2 + 4$$

$$0 = 6 - 2m + 4$$

$$2m = 10 \quad /:2$$

$$m = 5$$

Funkcja kwadratowa – rozkładamy ją na czynniki pierwsze!

Paulina od Matematyki

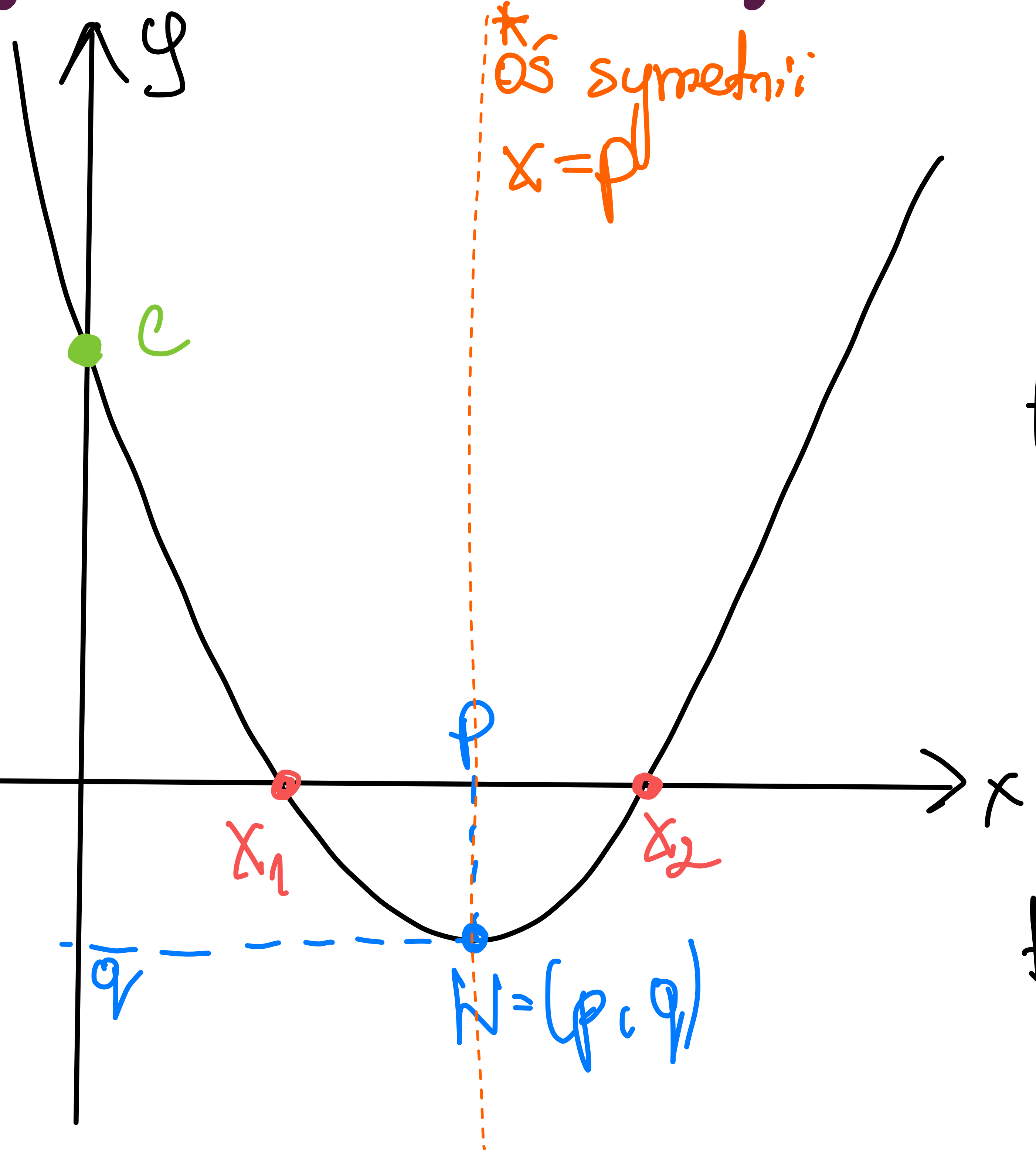
Wszystko o funkcji kwadratowej

$\cup$ $a>0$

$\cap$ $a<0$

$p=\frac{-b}{2a}$ * $p=\frac{x_1+x_2}{2}$

$q=\frac{-\Delta}{4a}$ * $q=f(p)$



$\Delta>0$ 2 m.z.
$\Delta=0$ 1 m.z.
$\Delta<0$ brak m.z.

$f(x)=ax^2+bx+c$
p. ogólna

$f(x)=a(x-p)^2+q$
p. kanoniczna

$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$
p. iloczynowa

Zadania

Wierzchołkiem paraboli o równaniu $f(x) = -3(x-2)^2 + 4$ jest punkt o współrzędnych

A. $(-2, -4)$

B. $(-2,4)$

C. $(2, -4)$

D. $(2,4)$

$f(x) = a(x-p)^2 + q$

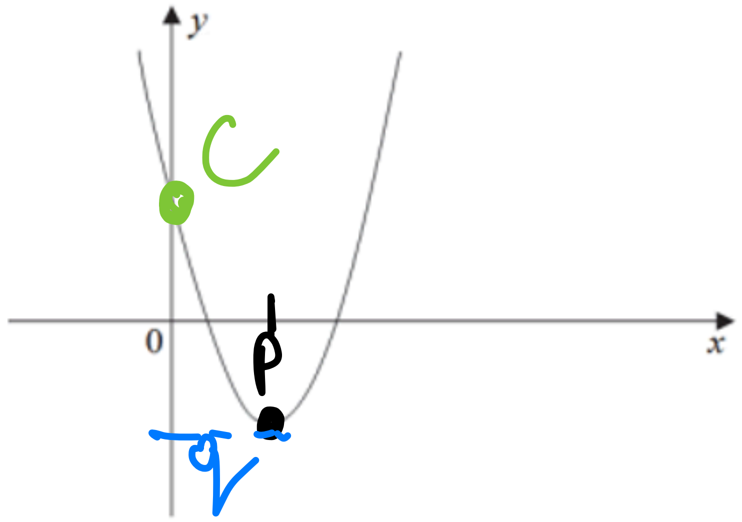
$W = (\overset{2}{p}, \overset{4}{q})$

Zadania

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$. Współczynniki b i c spełniają warunki:

$a=1$

$c>0$



A. $b < 0, c > 0$

B. $b < 0, c < 0$

C. $b > 0, c > 0$

D. $b > 0, c < 0$

$p>0$

$p=\frac{-b}{2a}$

$\frac{-b}{2}>0 \quad /\cdot 2$

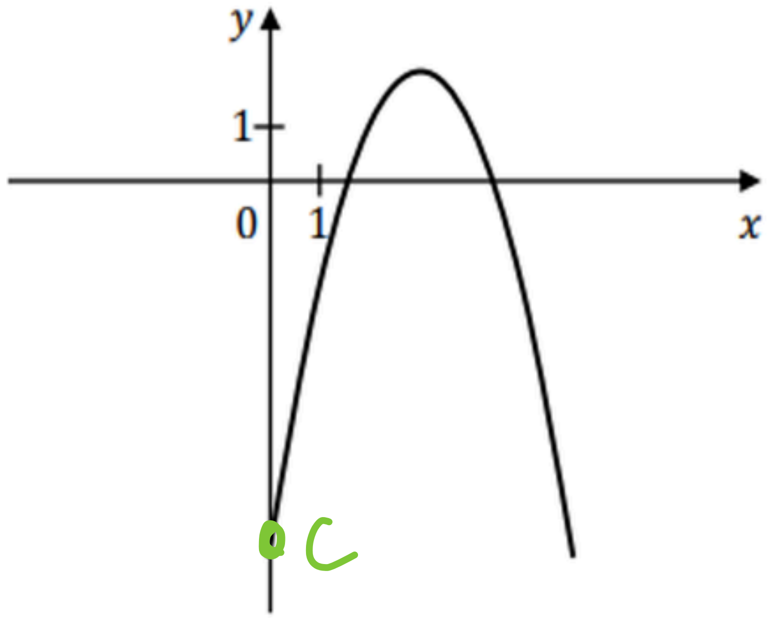
$-b>0 \quad /\cdot(-1)$!

$b<0$

Zadania

Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji.

Wskaż wzór funkcji f.



A. $f(x) = x^2 - 6x + 11$

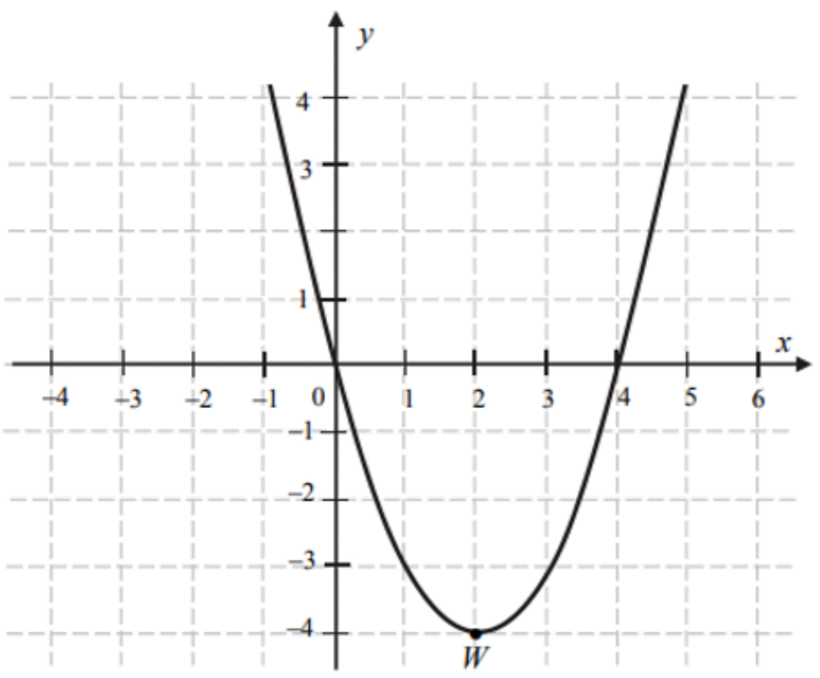
B. $f(x) = -x^2 + x + 2$

C. $f(x) = x^2 - 6x \underline{- 7}$

D. $f(x) = -x^2 + 6x \underline{- 7}$

Zadania

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f . Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (2, -4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f .



Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $y = -4$

B. $x = -4$

C. $y = 2$

D. $x = 2$

y

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, 0 >$

B. $< 0{,}4 >$

C. $< -4, +\infty)$

D. $< 4, +\infty)$

Zadania

$-3 \quad 5$

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = -(x+3)(x-5)$.

Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji f. Zatem

A. $x_1 + x_2 = -8$

B. $x_1 + x_2 = -2$

C. $x_1 + x_2 = 2$

D. $x_1 + x_2 = 8$

$0 = -(x+3)(x-5)$

$x+3=0 \qquad x-5=0$

$x_1=-3 \qquad x_2=5$

$-3+5=2$

Zadania

$x_1 = -4$ $x_2 = 2$

$p = \frac{-b}{2a}$

Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem

$f(x) = -3(x+4)(x-2)$ jest parabola o wierzchołku $W = (p, q)$.

Współrzędne wierzchołka W spełniają warunki

A. $p > 0$ i $q > 0$

B. $p < 0$ i $q > 0$

C. $p < 0$ i $q < 0$

D. $p > 0$ i $q < 0$

$$p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$q = f(p) = f(-1) = -3(-1+4)(-1-2) =$$
$$= -3 \cdot 3 \cdot (-3) = 27$$

$$p = \frac{-5+11}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Zadania

$x_1 = -5 \quad x_2 = 11$

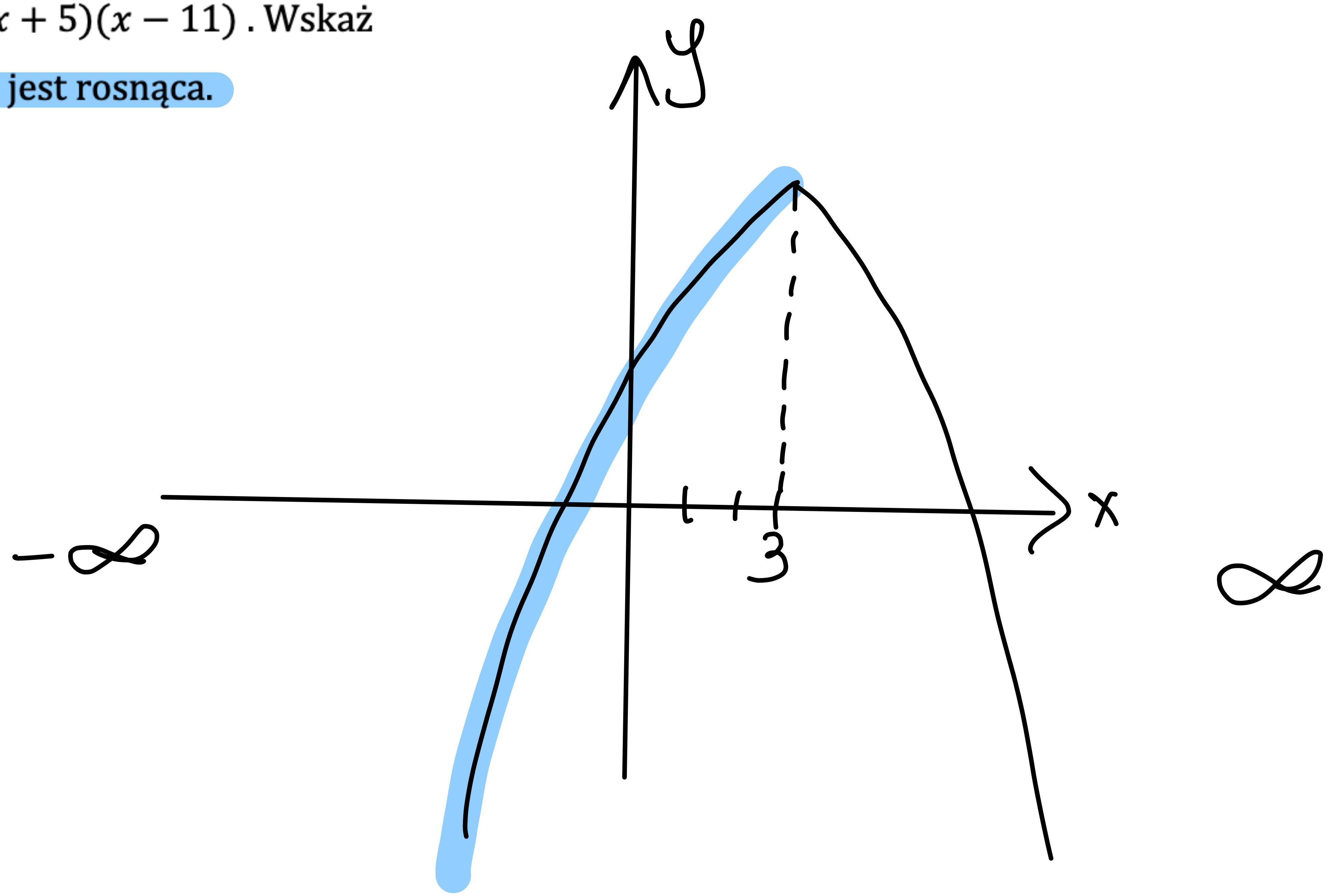
Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -2(x+5)(x-11)$. Wskaż maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca.

A. $(-\infty, 3>$

B. $(-\infty, 5>$

C. $(-\infty, 11>$

D. $<6, +\infty)$



Paulina od Matematyki

Zadania

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $< 0, 4 >$.

1) $f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 3 = 3$

$f(4) = 4^2 - 6 \cdot 4 + 3 = 16 - 24 + 3 = -5$

2) liczymy p

$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3 \in \langle 0, 4 \rangle$

3) liczymy q

$q = f(p) = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 3 =$

$= 9 - 18 + 3 = -6$

4) $y_{max} = 3$ $y_{min} = -6$

Zadania

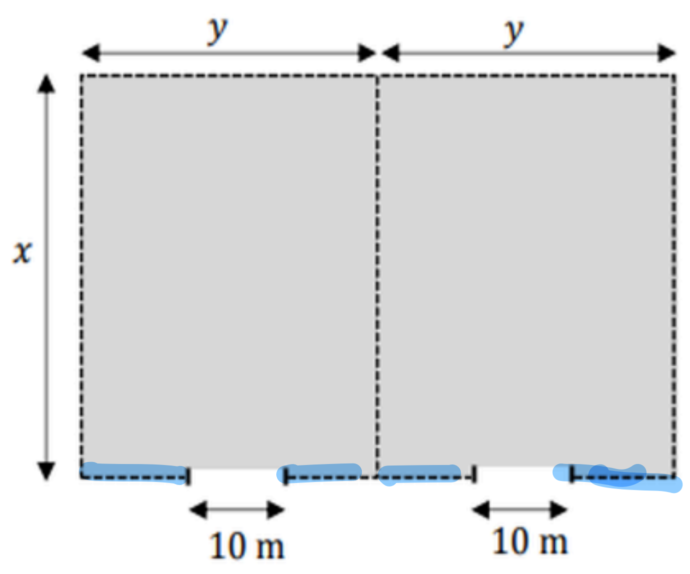
środa $13^{\underline{00}}$

Funkcja kwadratowa f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Największa wartość funkcji f jest równa 6 oraz $f(-6) = f(0) = \frac{3}{2}$. Oblicz wartość współczynnika a.

Paulina od Matematyki

Zadania optymalizacyjne

Powierzchnia magazynowa będzie się składała z dwóch identycznych prostokątnych działek połączonych wspólnym bokiem. Całość ma być ogrodzona płotem, przy czym obie działki będzie rozdzielał wspólny płot. W ogrodzeniu będą zamontowane dwie bramy wjazdowe, każda o szerokości 10 m (zobacz rysunek poniżej). Łączna długość płotu ogradzającego oraz rozdzielającego obie działki wyniesie 580 metrów, przy czym szerokości obu bram wjazdowych nie wliczają się w długość płotu. Oblicz wymiary ***x*** i ***y*** każdej z dwóch prostokątnych działek, tak aby całkowite pole powierzchni magazynowej było największe.



(2021 informator zad. 28, 4 pkt)

$D: x > 0$

$y \geq 10$

$x > 0 \wedge 150 - \frac{3}{4}x \geq 10$

$-\frac{3}{4}x \geq -140$

$x \leq 186\frac{2}{3}$

$x \in (0, 186\frac{2}{3}]$

1) $3x + 2y + 2(y-10) = 580$

$3x + 2y + 2y - 20 = 580$

$3x + 4y = 600$

$4y = 600 - 3x \quad /:4$

$y = 150 - \frac{3}{4}x$

2) $P = 2xy$

3) $P(x) = 2x\left(150 - \frac{3}{4}x\right)$

$P(x) = 300x - \frac{3}{2}x^2$

$P(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 300x$

$p = \frac{-b}{2a} = \frac{-300}{2 \cdot (-\frac{3}{2})} = 100$

$y = 150 - 75 = 75$

środa $13^{\underline{00}}$

Zadania optymalizacyjne

Rozważamy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 200 i kącie ostrym o mierze 30°. Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego równoległoboku od długości x boku równoległoboku. Oblicz wymiary tego z rozważanych równoległoboków, który ma największe pole, i oblicz to największe pole. Zapisz obliczenia.

Przerwa do 13:00

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)\cdot d}{2} \times n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$$

Ciągi – klucz do łatwych punktów!

Ciąg arytmetyczny i geometryczny

Ciągi

Dla 3 kolejnych wyrazów **ciągu arytmetycznego** (a, b, c) zachodzi własność

$$b = \frac{a+c}{2}$$

Dla 3 kolejnych wyrazów **ciągu geometrycznego** (a, b, c) zachodzi własność

$$b^2 = ac$$

$$(a, b, c)$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{n}{(-2)^n}$ dla $n \geq 1$

Wówczas:

A. $a_3 = \frac{1}{2}$

B. $a_3 = -\frac{1}{2}$

C. $a_3 = \frac{3}{8}$

D. $a_3 = -\frac{3}{8}$

$a_3 = \frac{3}{(-2)^3} = -\frac{3}{8}$

Paulina od Matematyki

Zadania

$$a_5 - a_3 = 2r$$
$$39 - 13 = 2r$$
$$26 = 2r \quad |:2$$

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_3 = 13$ i $a_5 = 39$. Wtedy wyraz a_1 jest równy:

A. 13

B. 0

C. -13

D. -26

$$r = 13$$

$$\begin{array}{ccccccccc} -13 & \xrightarrow{+13} & 0 & \xrightarrow{+13} & 13 & \xrightarrow{+13} & 26 & \xrightarrow{+13} & 39 \\ a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & a_5 \end{array}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Ciąg (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 2 oraz $a_8 = 48$. Czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A. 2
B. 24
C. 3
D. 40

$r = 2$

$a_8 = 48$

$a_8 - a_4 = 4r$

$48 - a_4 = 4 \cdot 2$

$48 - a_4 = 8$

$40 = a_4$

Paulina od Matematyki

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

Zadania

2pkt.

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla $n \geq 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.

$a_1 + 20r + a_1 + 23r + a_1 + 26r + a_1 + 29r = 100$

$4a_1 + 98r = 100 \quad /:2$

$2a_1 + 49r = 50$

$a_1 + 24r + a_1 + 25r = 2a_1 + 49r = 50$

Paulina od Matematyki

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)\cdot r}{2} \cdot n$$

Zadania

$$S_6 = \frac{2\cdot 3 + 5\cdot 4}{\cancel{2}_1} \cdot \cancel{6}^3 = (6+20)\cdot 3 = 26\cdot 3 = \underline{78}$$

2pkt.

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 3, czwarty wyraz tego ciągu jest równy 15. Oblicz sumę sześciu początkowych wyrazów tego ciągu.

$a_1 = 3$

$a_4 = 15$

$S_6 =$

$a_4 - a_1 = 3r$

$15 - 3 = 3r$

$12 = 3r \quad /:3$

$r = 4$

$$\underbrace{\begin{matrix} 3 & 7 & 11 & 15 & 19 & 23 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \end{matrix}}_{78}$$

Paulina od Matematyki

arytm $\quad b = \frac{a+c}{2}$

Zadania

Ciąg $(x, 2x+3, 4x+3)$ jest geometryczny. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy:

A. -4

B. 1

C. 0

D. -1

$$b^2 = a \cdot c$$

$$(2x+3)^2 = x \cdot (4x+3)$$

$$\cancel{4x^2} + 12x + 9 = \cancel{4x^2} + 3x$$

$$9x = -9$$

$$x = -1$$

Zadania

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $a_4 = 3a_1$. Iloraz q tego ciągu jest równy:

A. $q = \frac{1}{3}$

B. $q = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

C. $q = \sqrt[3]{3}$

D. $q = 3$

$$\cancel{a_1} \cdot q^3 = 3\cancel{a_1}$$

$$q^3 = 3$$

$$q = \sqrt[3]{3}$$

$\sqrt[3]{}$

Zadania

Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego jest równy 8, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy (-216). iloraz tego ciągu jest równy:

A. $-\frac{224}{3}$

B. -3

C. -9

D. -27

Zadania

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n$ dla $n \geq 1$. Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa:

A. $2(1 - 2^{10})$

B. $-2(1 - 2^{10})$

C. $2(1 + 2^{10})$

D. $-2(1 + 2^{10})$

Paulina od Matematyki

Zadania

Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, x)$ jest arytmetyczny. Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, y)$ jest geometryczny. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Liczby x oraz y spełniają warunki

A. $x > 0$ i $y > 0$
B. $x > 0$ i $y < 0$
C. $x < 0$ i $y > 0$
D. $x < 0$ i $y < 0$

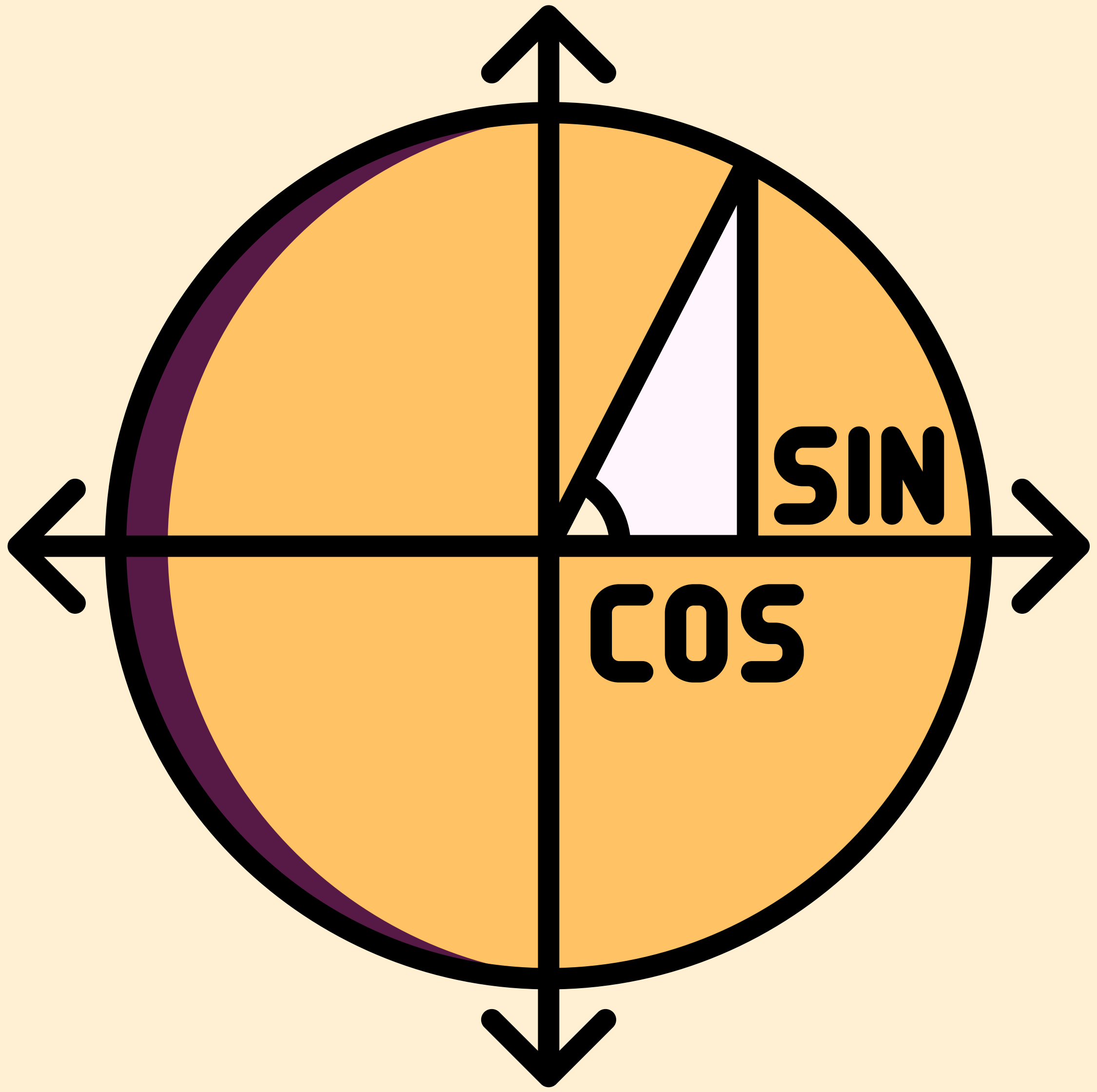
Zadania

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Drugi wyraz tego ciągu oraz iloraz ciągu (a_n) są równe 2. Suma pięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

Weź udział w wyzwaniu 50 dni do matury z matematyki!

Paulina od Matematyki

Trygonometria



Paulina od Matematyki

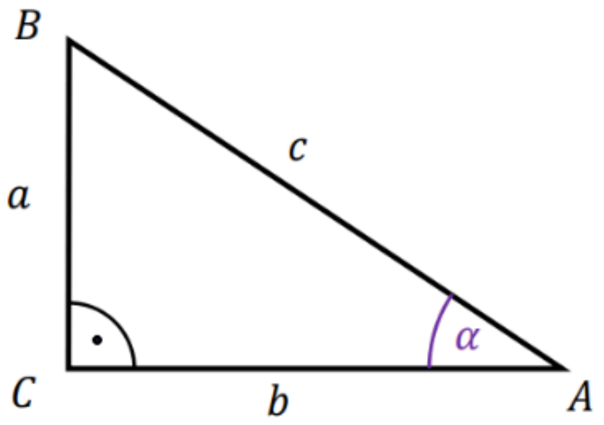
Wzory

- <u>Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym</u>

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$



- <u>Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</u>

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \text{dla} \quad \alpha \neq \frac{1}{2}\pi + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Paulina od Matematyki

Wzory

- Wartości funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

- Definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta

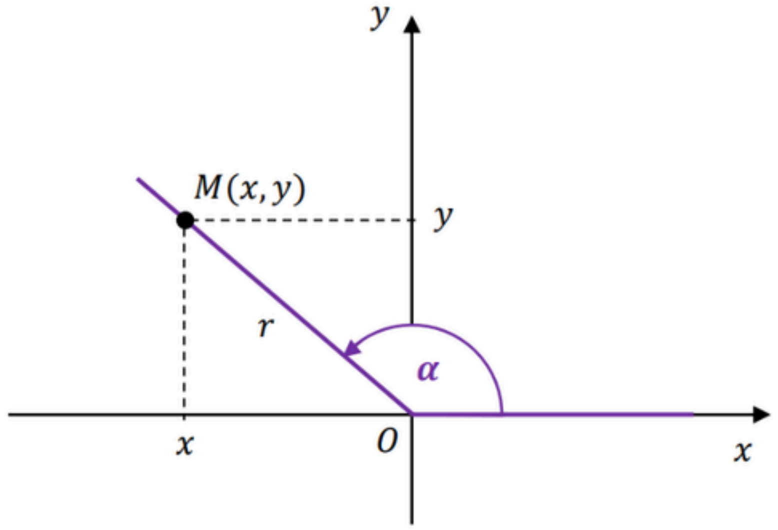
$$\sin\alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x}, \qquad \text{o ile } x \neq 0$$

gdzie

$$r = |OM| = \sqrt{x^2 + y^2} > 0$$



- Wybrane wzory redukcyjne

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha \qquad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha \qquad \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha \qquad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \qquad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha \qquad \cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha \qquad \operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$$

Zadania

Kąt a jest ostry i $cos\alpha = \frac{5}{13}$. Wtedy

A. $sin\alpha = \frac{12}{13}$ i $tg\alpha = \frac{12}{5}$

B. $sin\alpha = \frac{12}{5}$ i $tg\alpha = \frac{12}{13}$

C. $sin\alpha = \frac{12}{13}$ i $tg\alpha = \frac{5}{12}$

D. $sin\alpha = \frac{5}{12}$ i $tg\alpha = \frac{12}{13}$

Paulina od Matematyki

Zadania

Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{1}{3}$. Wartość wyrażenia $1 + tg\alpha \cdot cos\alpha$ jest równa

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{11}{9}$

C. $\frac{17}{9}$

D. $\frac{11}{3}$

$$1 + \frac{\sin\alpha}{\cancel{\cos\alpha}} \cdot \cancel{\cos\alpha} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Liczba $tg30° - sin30°$ jest równa

A. $\sqrt{3}-1$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{3}-1}{6}$

D. $\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

$$\frac{\sqrt{3}\cdot 2}{3\cdot 2}-\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Jeśli $m = sin\ 50°$, to

A. $m = sin\ 40°$

B. $m = cos\ 40°$

C. $m = cos\ 50°$

D. $m = tg\ 50°$

$\sin 10° = \cos 80°$

$\sin 15° = \cos 75°$

Kąty rozw

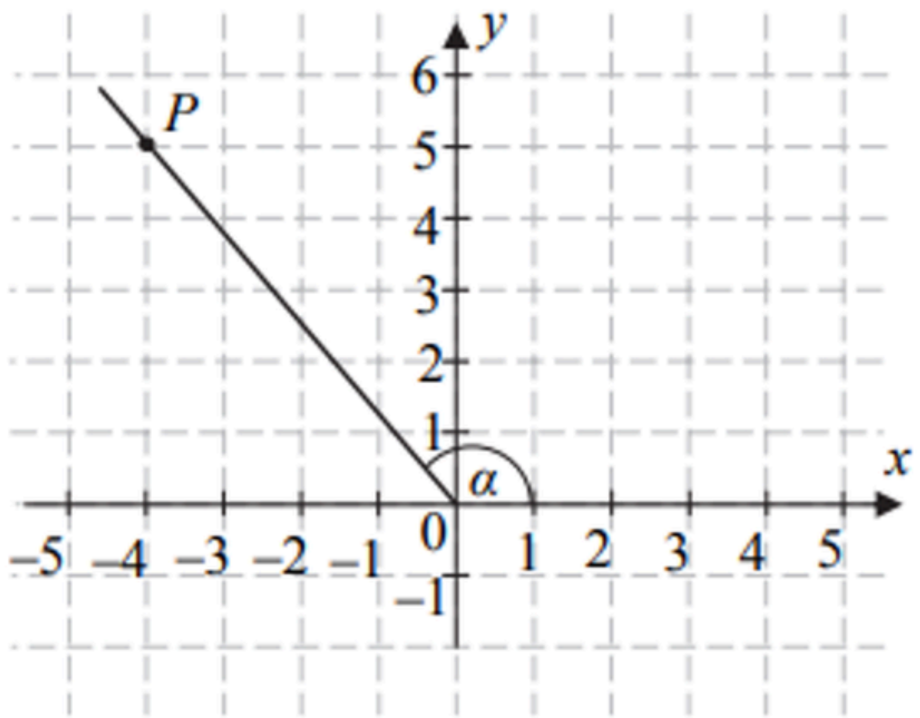
$\sin 120° = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 135° = -\cos 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$tg\ 150° = -tg\ 30° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadania

Tangens kąta α zaznaczonego na rysunku jest równy



A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. -1

D. $-\frac{5}{4}$

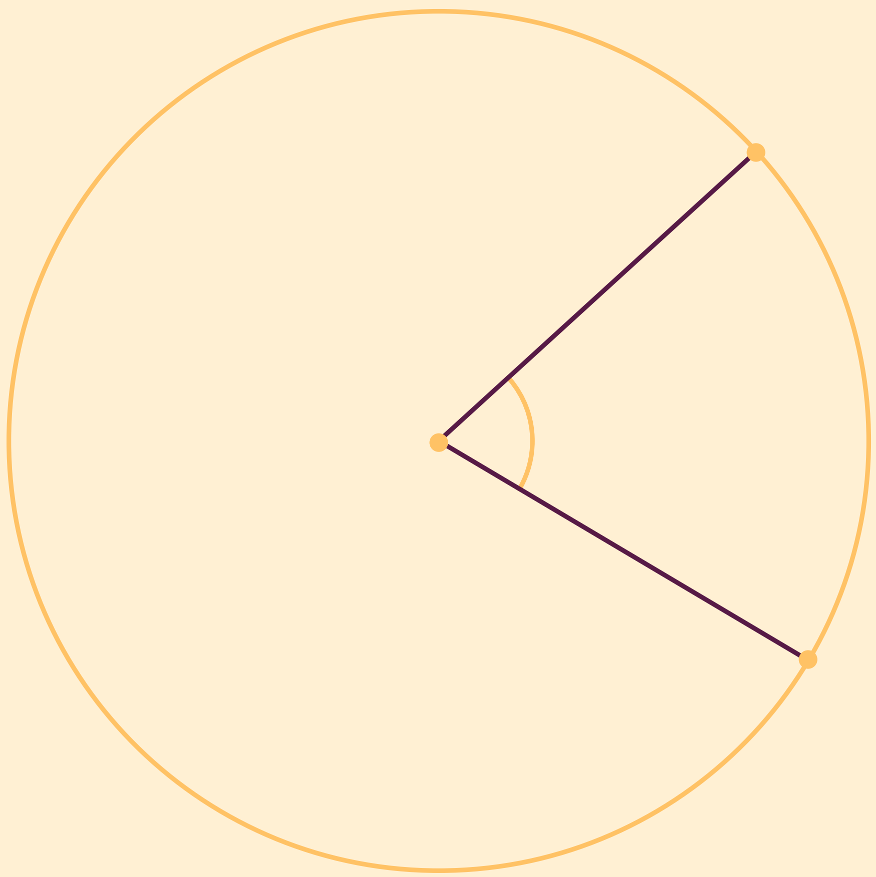
Paulina od Matematyki

Przerwa do 14:00

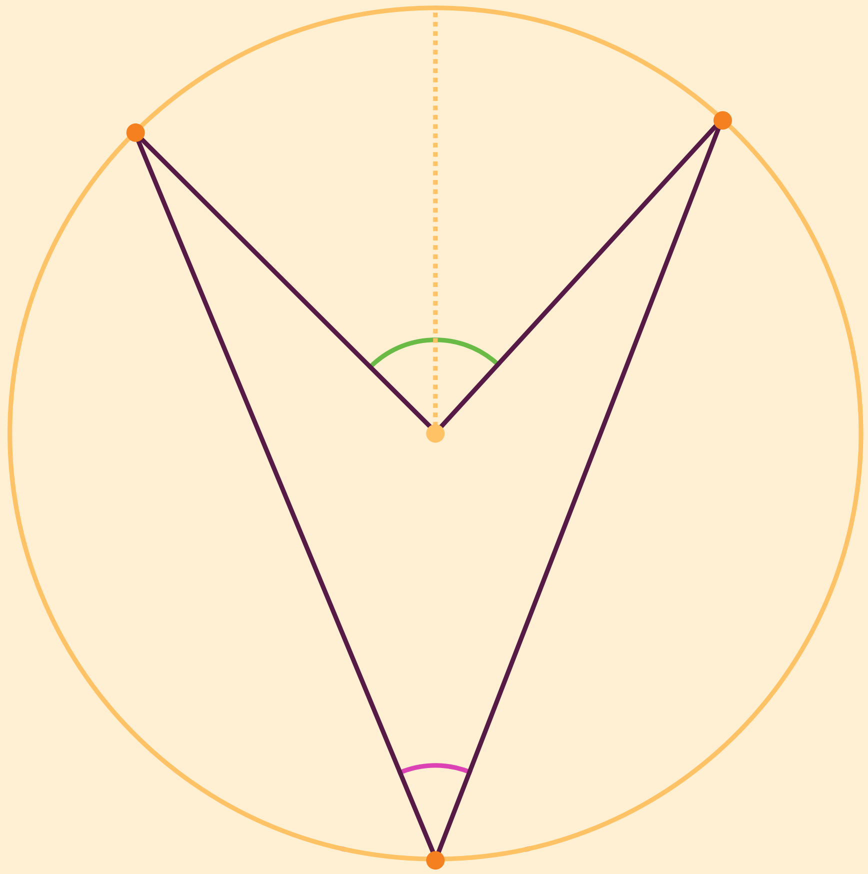
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Planimetria

Paulina od Matematyki



Kąty w okręgu



Paulina od Matematyki

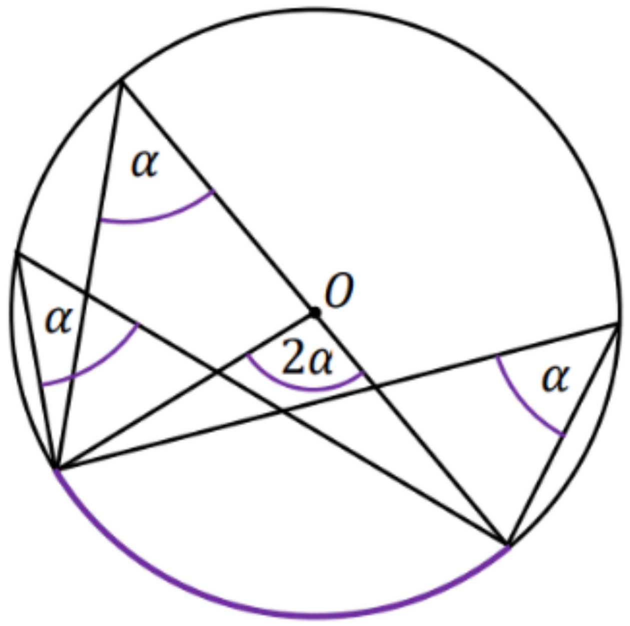
Wzory

<u>Kąty w okręgu</u>

Miara kąta wpisanego w okrąg o środku O jest równa połowie miary kąta środkowego, opartego na tym samym łuku.

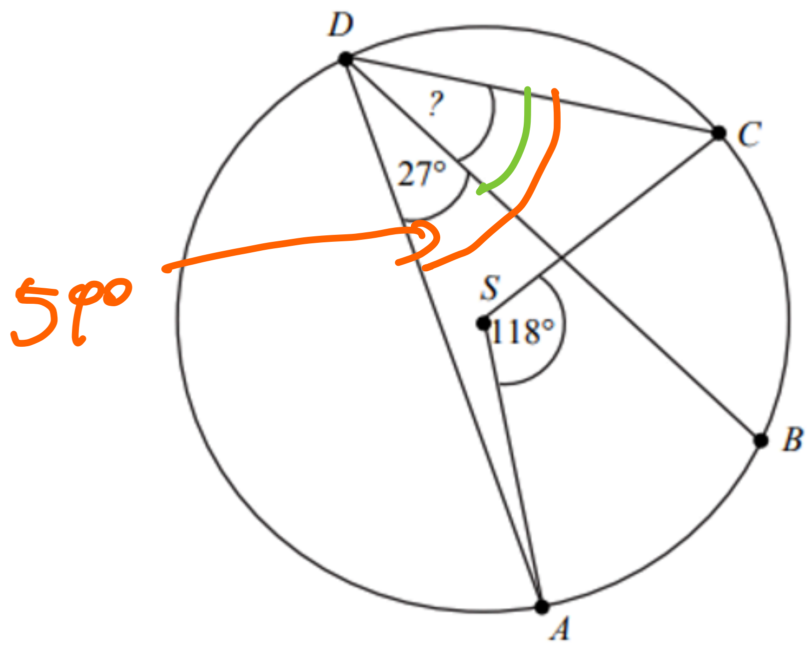
W szczególności kąt wpisany oparty na półokręgu jest kątem prostym.

Miary kątów wpisanych w okrąg o środku O, opartych na tym samym łuku, są równe.



Zadania

Punkty $ABCD$ leżą na okręgu o środku S (zobacz rysunek). Miara kąta BDC jest równa:



A. 91°

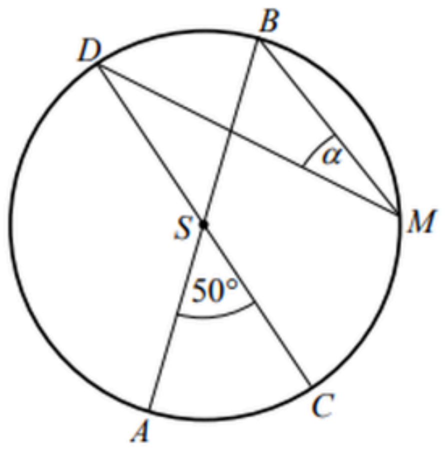
B. 72, 5°

C. 18°

D. 32°

Zadania

Średnice AB i CD okręgu o środku S przecinają się pod kątem $50°$ (tak jak na rysunku). Miara kąta α jest równa:



A. $25°$

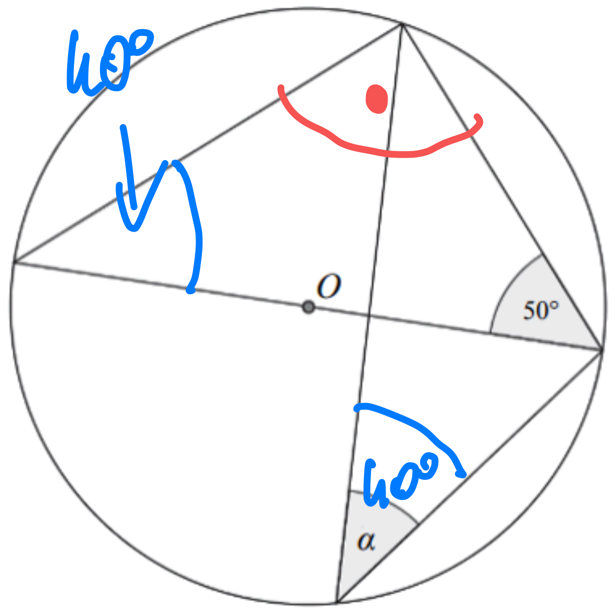
B. $30°$

C. $40°$

D. $50°$

Zadania

W okręgu o środku O dany jest kąt o mierze $50°$, zaznaczony na rysunku. Miara kąta oznaczonego na rysunku literą α jest równa:



A. $40°$

B. $50°$

C. $20°$

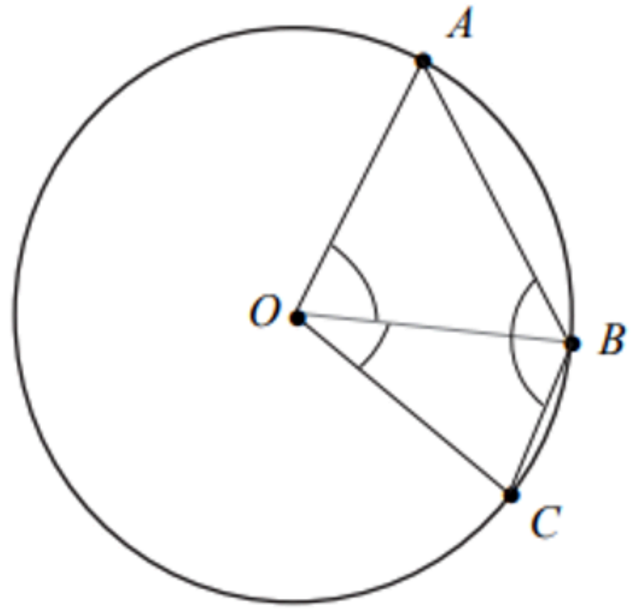
D. $25°$

Paulina od Matematyki

środe

Zadania

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B i C (zobacz rysunek). Kąt ABC ma miarę $121°$, a kąt BOC ma miarę $40°$. Kąt AOB ma miarę:



A. $59°$

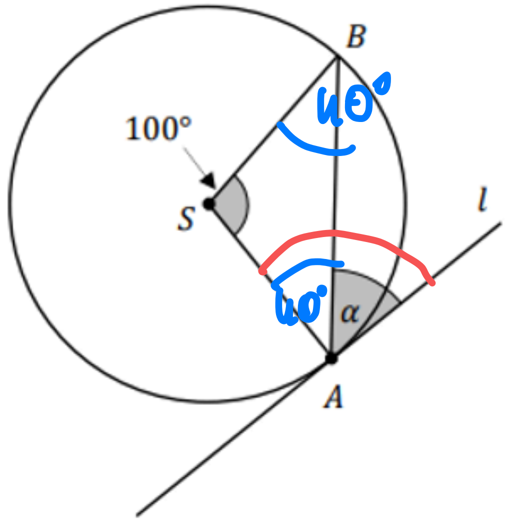
B. $50°$

C. $81°$

D. $78°$

Zadania

Punkty A oraz B leżą na okręgu o środku S. Kąt środkowy ASB ma miarę $100°$. Prosta l jest styczna do tego okręgu w punkcie A i tworzy z cięciwą AB okręgu kąt o mierze α (zobacz rysunek).Wtedy:



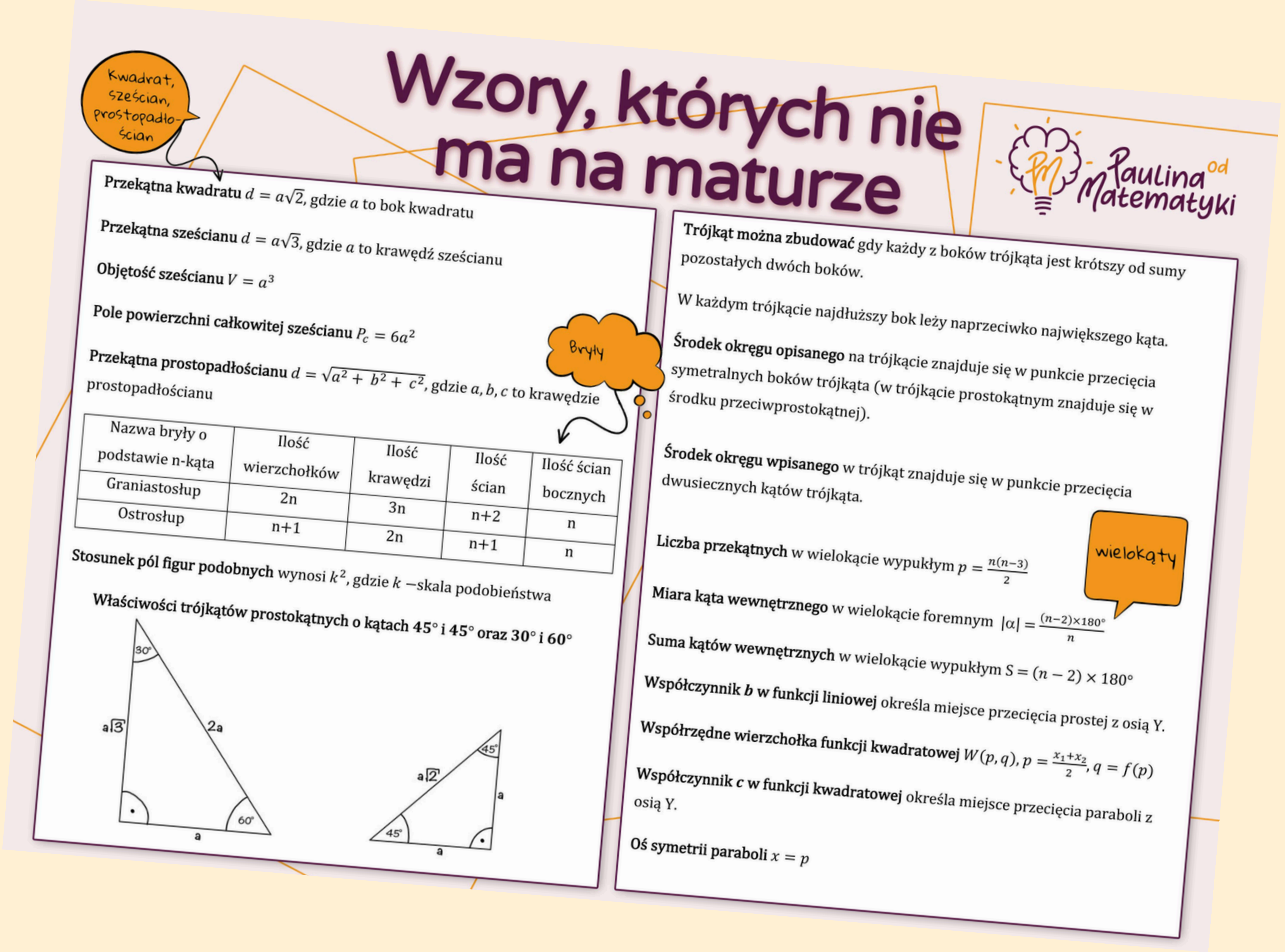
A. $\alpha = 40°$

B. $\alpha = 45°$

C. $\alpha = 50°$

D. $\alpha = 60°$

Wzory, których nie ma w tablicach maturalnych



Wzory, których nie ma na maturze

Przekątna kwadratu $d = a\sqrt{2}$, gdzie a to bok kwadratu

Przekątna sześcianu $d = a\sqrt{3}$, gdzie a to krawędź sześcianu

Objętość sześcianu $V = a^3$

Pole powierzchni całkowitej sześcianu $P_c = 6a^2$

Przekątna prostopadłościanu $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, gdzie a, b, c to krawędzie prostopadłościanu

Nazwa bryły o podstawie n-kąta	Ilość wierzchołków	Ilość krawędzi	Ilość ścian	Ilość ścian bocznych
Graniastosłup	2n	3n	n+2	n
Ostrosłup	n+1	2n	n+1	n

Stosunek pól figur podobnych wynosi k^2, gdzie k –skala podobieństwa

Właściwości trójkątów prostokątnych o kątach 45° i 45° oraz 30° i 60°

Trójkąt można zbudować gdy każdy z boków trójkąta jest krótszy od sumy pozostałych dwóch boków.

W każdym trójkącie najdłuższy bok leży naprzeciwko największego kąta.

Środek okręgu opisanego na trójkącie znajduje się w punkcie przecięcia symetralnych boków trójkąta (w trójkącie prostokątnym znajduje się w środku przeciwprostokątnej).

Środek okręgu wpisanego w trójkąt znajduje się w punkcie przecięcia dwusiecznych kątów trójkąta.

Liczba przekątnych w wielokącie wypukłym $p = \frac{n(n-3)}{2}$

Miara kąta wewnętrznego w wielokącie foremnym $|\alpha| = \frac{(n-2)\times 180°}{n}$

Suma kątów wewnętrznych w wielokącie wypukłym $S = (n-2) \times 180°$

Współczynnik b w funkcji liniowej określa miejsce przecięcia prostej z osią Y.

Współrzędne wierzchołka funkcji kwadratowej $W(p,q)$, $p = \frac{x_1+x_2}{2}$, $q = f(p)$

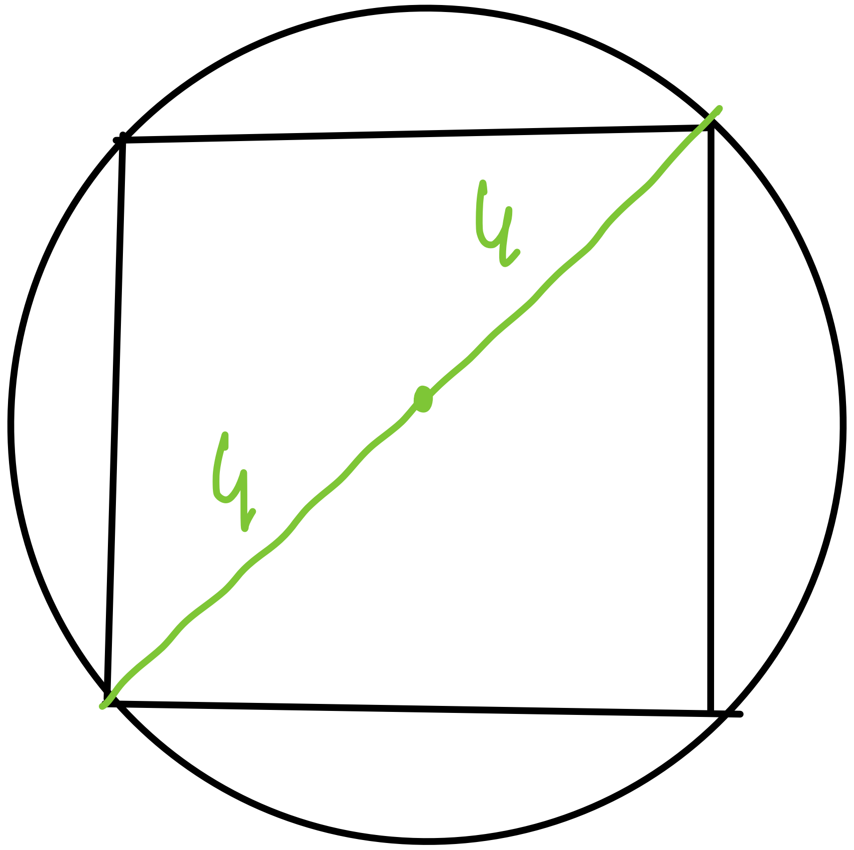
Współczynnik c w funkcji kwadratowej określa miejsce przecięcia paraboli z osią Y.

Oś symetrii paraboli $x = p$

Zadania

Okrąg opisany na kwadracie ma promień 4. Długość boku tego kwadratu jest równa

A. $4\sqrt{2}$
B. $2\sqrt{2}$
C. 8
D. 4



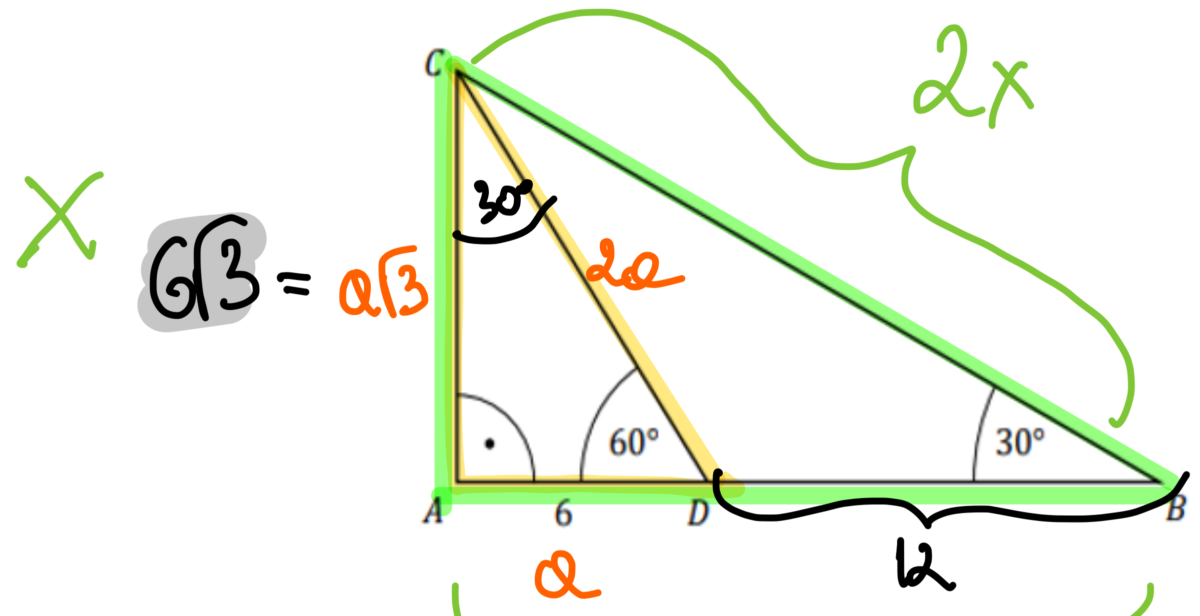
$d = a\sqrt{2}$

$8 = a\sqrt{2} \quad / : \sqrt{2}$

$a = \frac{8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

Zadania

W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A jest prosty, a kąt przy wierzchołku B ma miarę $30°$. Na boku AB tego trójkąta obrano punkt D tak, że miara kąta CDA jest równa $60°$ oraz $|AD| = 6$ (zobacz rysunek). Oblicz $|BD|$.



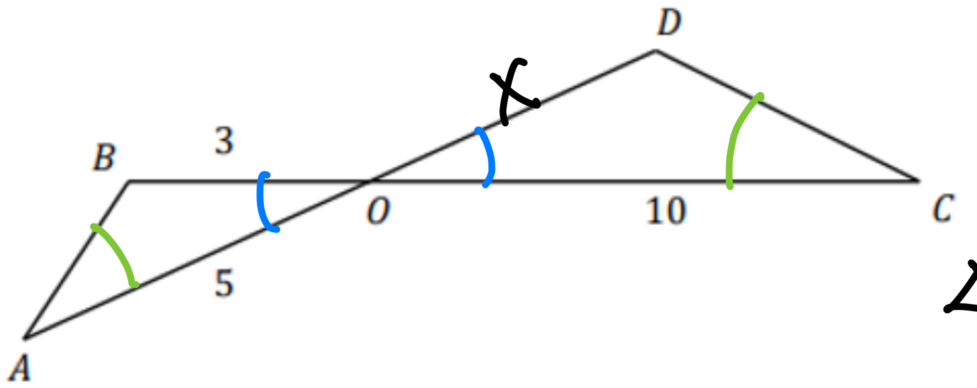
$x\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 18$

$|BD| = 18 - 6 = 12$

Zadania

Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O. W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 5$, $|BO| = 3$, $|OC| = 10$, $|\sphericalangle OAB| = |\sphericalangle OCD|$ (zobacz rysunek).

Oblicz długość boku $\boldsymbol{OD}$ trójkąta $\boldsymbol{ODC}$. Zapisz obliczenia.



$\triangle AOB \sim \triangle OCD$ (kkk)

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{10}$$

$$30 = 5x \quad / :5$$

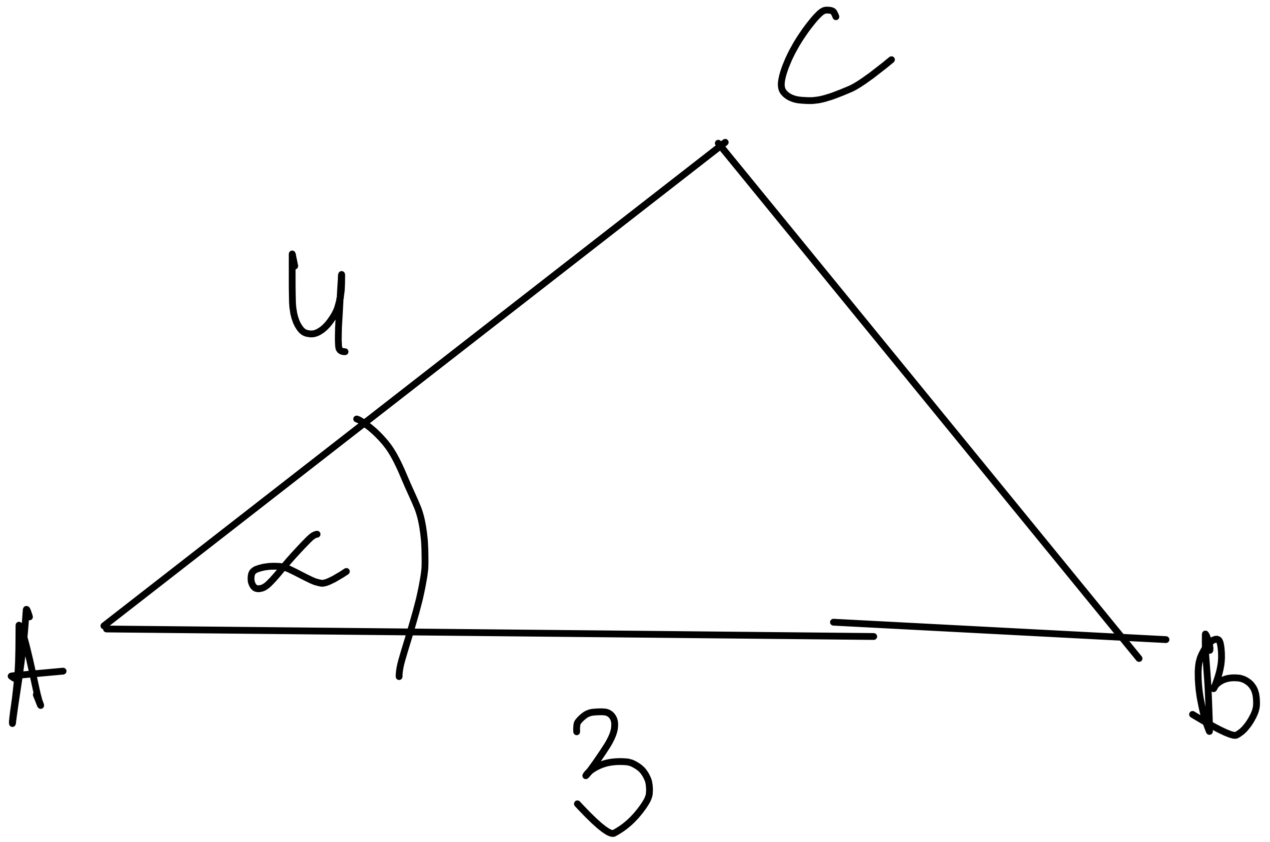
$$\underline{x = 6}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Dany jest trójkąt ABC, w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $cos\sphericalangle BAC = \frac{4}{5}$.

Oblicz pole trójkąta $\boldsymbol{ABC}$. Zapisz obliczenia.



$$\cos\alpha = \frac{4}{5} \qquad \sin\alpha = \frac{3}{5}$$

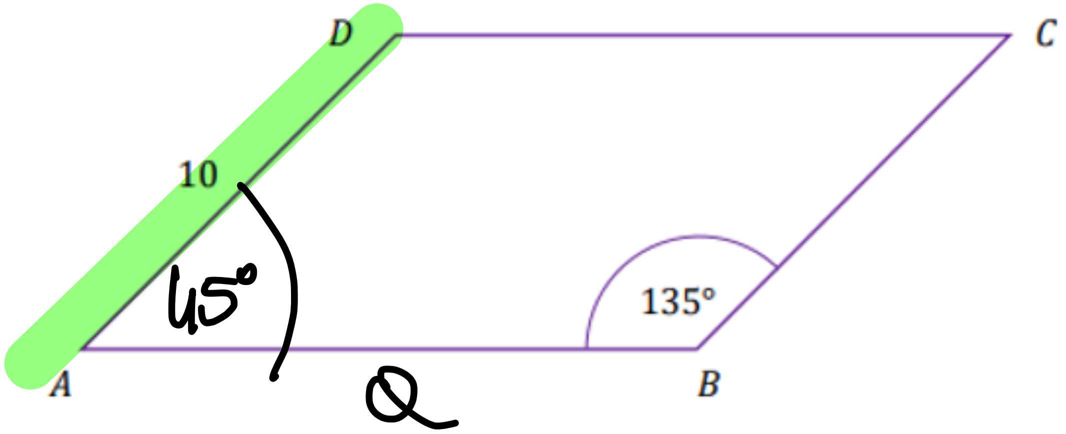
$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\alpha$$

$$P_\Delta = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \cdot 3 \cdot \cancel{4}^{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek). Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Długość boku AB jest równa



A. $8\sqrt{3}$
B. $8\sqrt{2}$
C. $16\sqrt{2}$
D. $16\sqrt{3}$

$$P = a \cdot b \cdot \sin\alpha$$

$$40\sqrt{6} = a \cdot 10 \cdot \sin 45^\circ$$

$$40\sqrt{6} = a \cdot \overset{5}{\cancel{10}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}$$

$$40\sqrt{6} = 5\sqrt{2}\,a \quad /:5\sqrt{2}$$

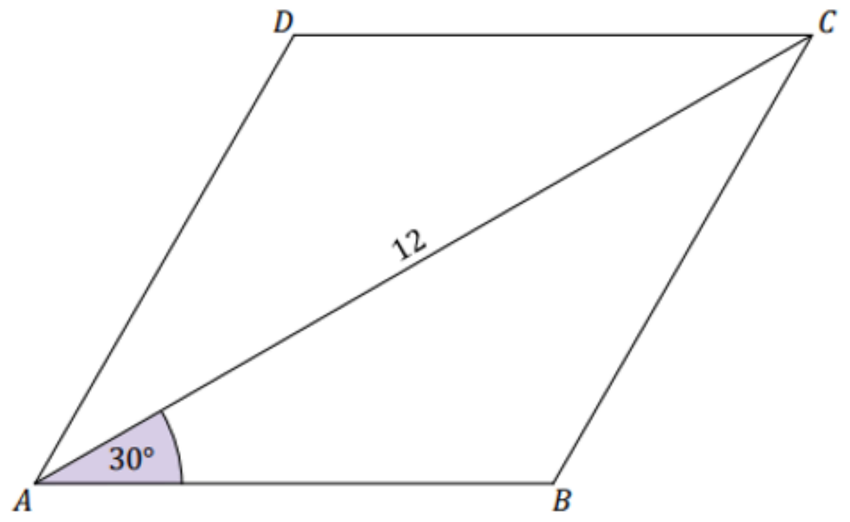
$$a = \frac{\overset{8}{\cancel{40}}\overset{\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{6}}}}{\cancel{5}\cancel{\sqrt{2}}} = 8\sqrt{3}$$

Paulina od Matematyki

Środa

Zadania

W rombie $ABCD$ dłuższa przekątna AC ma długość 12 i tworzy z bokiem AB kąt o mierze $30°$ (zobacz rysunek). Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Pole rombu $ABCD$ jest równe

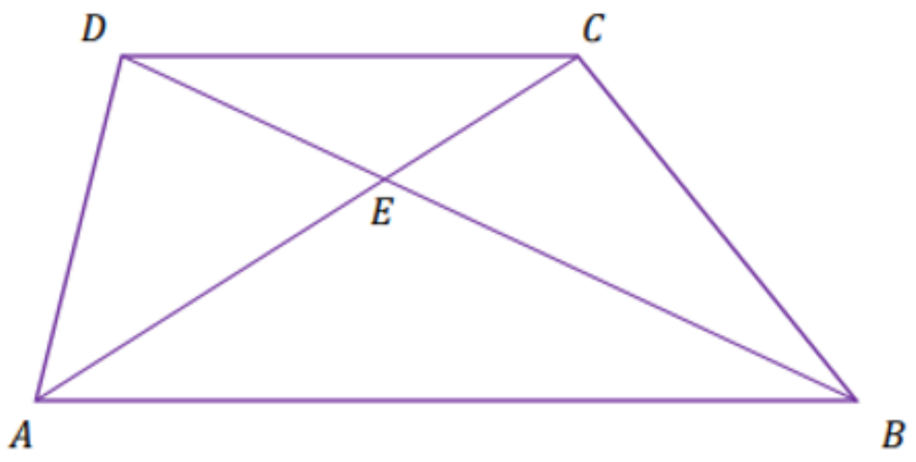


A. 24
B. 36
C. $24\sqrt{3}$
D. $36\sqrt{2}$

Środa

Zadania

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek). Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.
Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

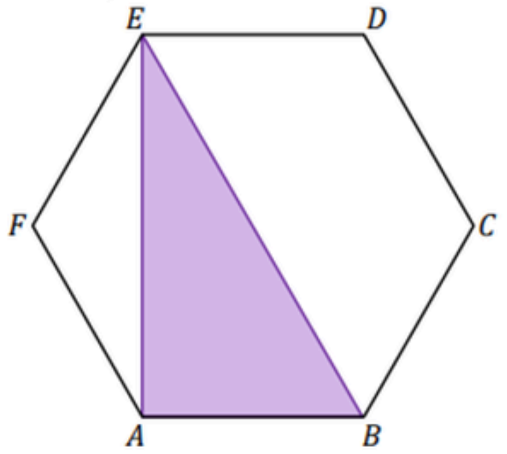


Trójkąt ABE jest podobny do trójkąta CDE.	P	F
Pole trójkąta ACD jest równe polu trójkąta BCD.	P	F

Środa

Zadania

Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Pole trójkąta ABE jest równe

A. 6
B. $4\sqrt{3}$
C. $2\sqrt{3}$
D. 4

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Długość odcinka AE jest równa

A. 2
B. $2\sqrt{3}$
C. $4\sqrt{3}$
D. 4

Paulina od Matematyki

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

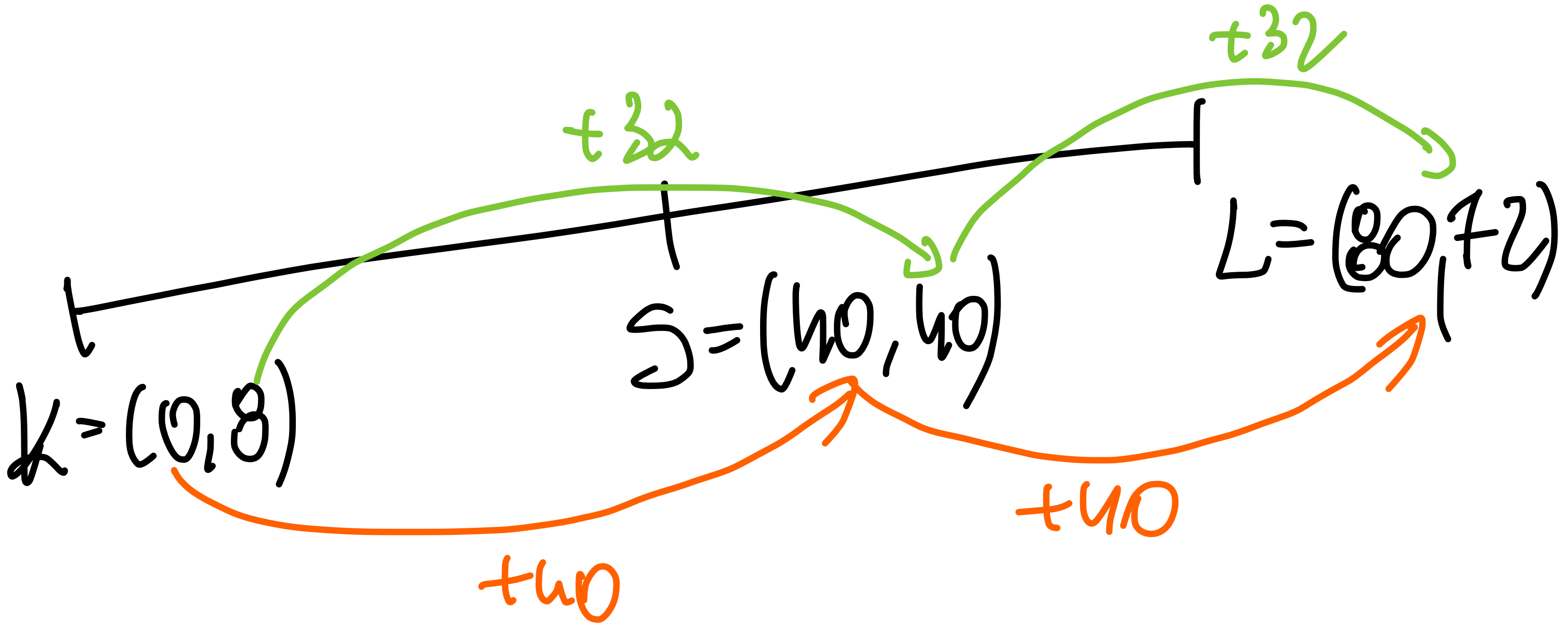
Geometria analityczna

$$\sqrt{x+y}$$

Zadania

W układzie współrzędnych punkt $S = (40,40)$ jest środkiem odcinka KL, którego jednym z końców jest punkt $K = (0,8)$. Zatem:

A. $L = (20,24)$
B. $L = (-80,-72)$
C. $L = (-40,-24)$
D. $L = (80,72)$



Zadania

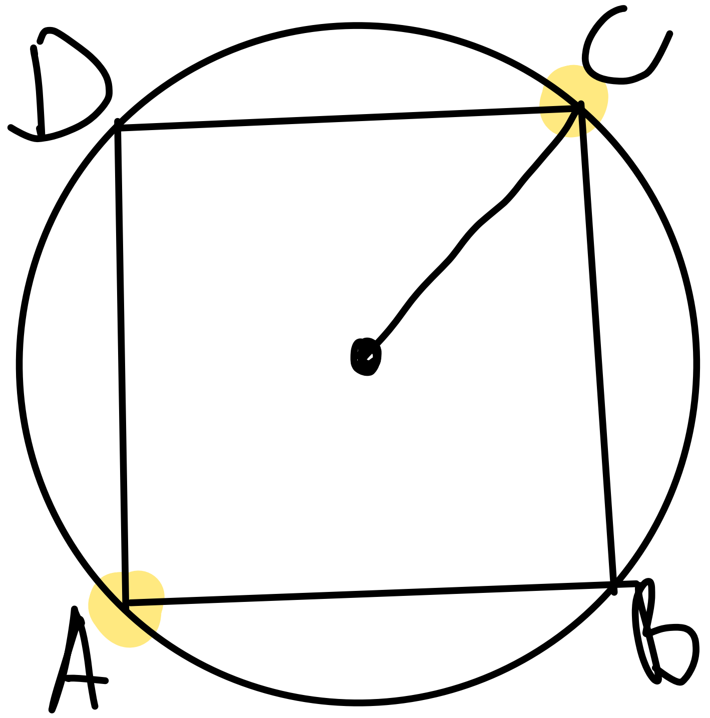
Punkty $A = (3,7)$ i $C = (-4,6)$ są końcami przekątnej kwadratu $ABCD$. Promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

D. 5



$$|AC| = \sqrt{(-4-3)^2 + (7-6)^2} =$$

$$= \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Zadania

Dane są punkty $M = (-2,1)$ i $N = (-1,3)$. Punkt K jest środkiem odcinka MN. Obrazem punktu K w symetrii względem początku układu współrzędnych jest punkt

A. $K' = \left(2, -\frac{3}{2}\right)$

B. $K' = \left(2, \frac{3}{2}\right)$

C. $K' = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$

D. $K' = \left(\frac{3}{2}, -2\right)$

$$K = \left(\frac{-2-1}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, 2\right)$$

$$K' = \left(\frac{3}{2}, -2\right)$$

Paulina od Matematyki

Środa

Zadania

Obrazem prostej o równaniu $y = 2x + 5$ w symetrii osiowej względem osi Ox jest prosta o równaniu:

A. $y = 2x - 5$

B. $y = -2x - 5$

C. $y = -2x + 5$

D. $y = 2x + 5$

Paulina od Matematyki

Zadania

środa

Do okręgu o środku w punkcie $S = (2,4)$ należy punkt $P = (1,3)$. Długość tego okręgu jest równa:

A. $4\pi\sqrt{2}$

B. $3\pi\sqrt{2}$

C. $2\pi\sqrt{2}$

D. $\pi\sqrt{2}$

Paulina od Matematyki

śrolec

Zadania

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg o środku $S = (2, -5)$ i promieniu $r = 3$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Równanie tego okręgu ma postać:

A. $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 9$

B. $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 3$

C. $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 3$

D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$

Paulina od Matematyki

Zadania

Środa

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dany jest okrąg O określony równaniem: $(x-2)^2+(y+3)^2=16$ Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A-D oraz odpowiedź spośród E-G

Środek S okręgu O ma współrzędne

A. $S=(2,-3)$

B. $S=(-2,-3)$

C. $S=(-2,3)$

D. $S=(-2,3)$

Promień r okręgu O jest równy

E. $r=16$

F. $r=4$

G. $r=5$

Jeżeli ktoś z Was poczuje, że te zajęcia albo ten materiał naprawdę mu pomogły — to będzie mi bardzo miło, jeśli zostawicie opinię na Google.

To pomaga innym uczniom trafić na dobre materiały, a mi rozwijać to, co robię

Zadania

Pole trójkąta ABC o wierzchołkach $A = (0,0), B = (4,2), C = (2,6)$ jest równe:

A. 5
B. 10
C. 15
D. 20

Zadania

Dane są punkty $A = (-4,0)$ i $M = (2,9)$ oraz prosta k o równaniu $y = -2x + 10$. Wierzchołek B trójkąta ABC to punkt przecięcia prostej k z osią Ox układu współrzędnych, a wierzchołek C jest punktem przecięcia prostej k z prostą AM. Oblicz pole trójkąta ABC.

Paulina od Matematyki

Przerwa do 15:00

Bryły

Paulina od Matematyki

Wzory

Przekątna kwadratu $d = a\sqrt{2}$, gdzie a to bok kwadratu

Przekątna sześcianu $d = a\sqrt{3}$, gdzie a to krawędź sześcianu

Objętość sześcianu $V = a^3$

Pole powierzchni całkowitej sześcianu $P_c = 6a^2$

Bryły

Przekątna prostopadłościanu $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, gdzie a, b, c to krawędzie prostopadłościanu

Nazwa bryły o podstawie n-kąta	Ilość wierzchołków	Ilość krawędzi	Ilość ścian	Ilość ścian bocznych
Graniastosłup	2n	3n	n+2	n
Ostrosłup	n+1	2n	n+1	n

Zadania

Graniastosłup ma 15 krawędzi. Ile wierzchołków ma ten graniastosłup?

A. 10
B. 5
C. 15
D. 30

Zadania

Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest o 10 większa od liczby wszystkich jego ścian bocznych. Stąd wynika, że podstawą tego graniastosłupa jest

A. czworokąt
B. pięciokąt
C. sześciokąt
D. dziesięciokąt

$$3n = n + 10$$

$$2n = 10 \quad /:2$$

$$n = 5$$

Paulina od Matematyki

Zadania

$P_c = 6a^2$

Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 54. Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

A. $\sqrt{6}$
B. 3
C. 9
D. $3\sqrt{3}$

$D = a\sqrt{3}$

$54 = 6a^2 \quad |:6$

$9 = a^2 \quad |\sqrt{\ }$

$a = 3$

$D = 3\sqrt{3}$

Paulina od Matematyki

Zadania

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równe 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastosłupa jest równa

A. $\sqrt{10}$

B. $3\sqrt{10}$

C. $\sqrt{42}$

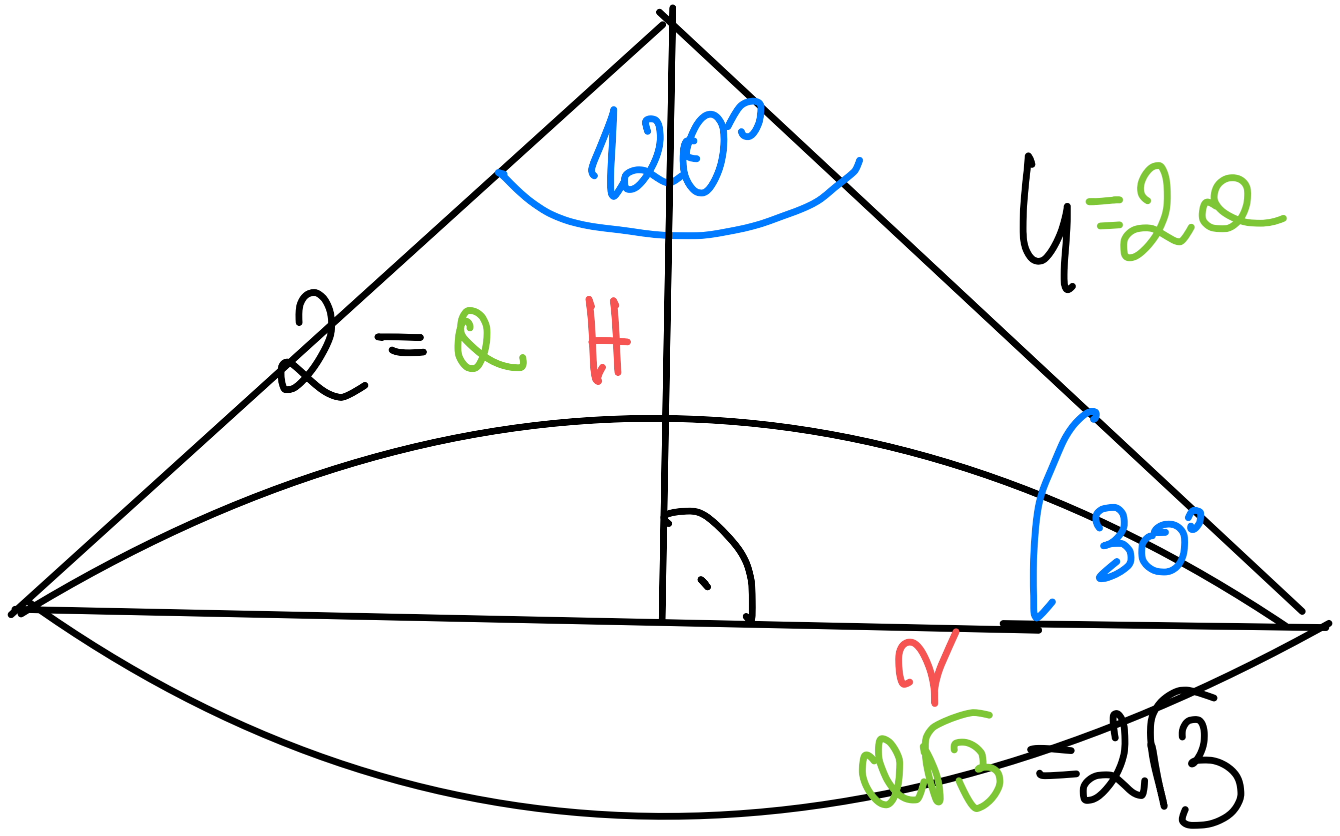
D. $3\sqrt{42}$

Paulina od Matematyki

Zadania

Kąt rozwarcia stożka ma miarę 120°, a tworząca tego stożka ma długość 4. Objętość tego stożka jest równa.

A. 36π
B. 18π
C. 24π
D. 8π



$$V=\frac{1}{3}\cdot\pi r^2\cdot H$$

$$V=\frac{1}{3}\pi\cdot(2\sqrt{3})^2\cdot 2=$$

$$=\frac{1}{\cancel{3}_{1}}\pi\cdot\cancel{12}^{4}\cdot 2=8\pi$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Promień kuli o objętości $V = 288\pi$ jest równy

A. 18

B. 9

C. 8

D. 6

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$288\cancel{\pi} = \frac{4}{3}\cancel{\pi} R^3 \quad / : \frac{4}{3}$$

$$R^3 = \overset{72}{\cancel{288}} \cdot \frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$

$$R^3 = 216 \quad / \sqrt[3]{\ }$$

Paulina od Matematyki

Zadania

Środa

Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 100 cm^2, a jego pole powierzchni bocznej jest równe 260 cm^2. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Ja: WOW! Nareszcie rozumiem Matmę!

przejście do kolejnego zadania

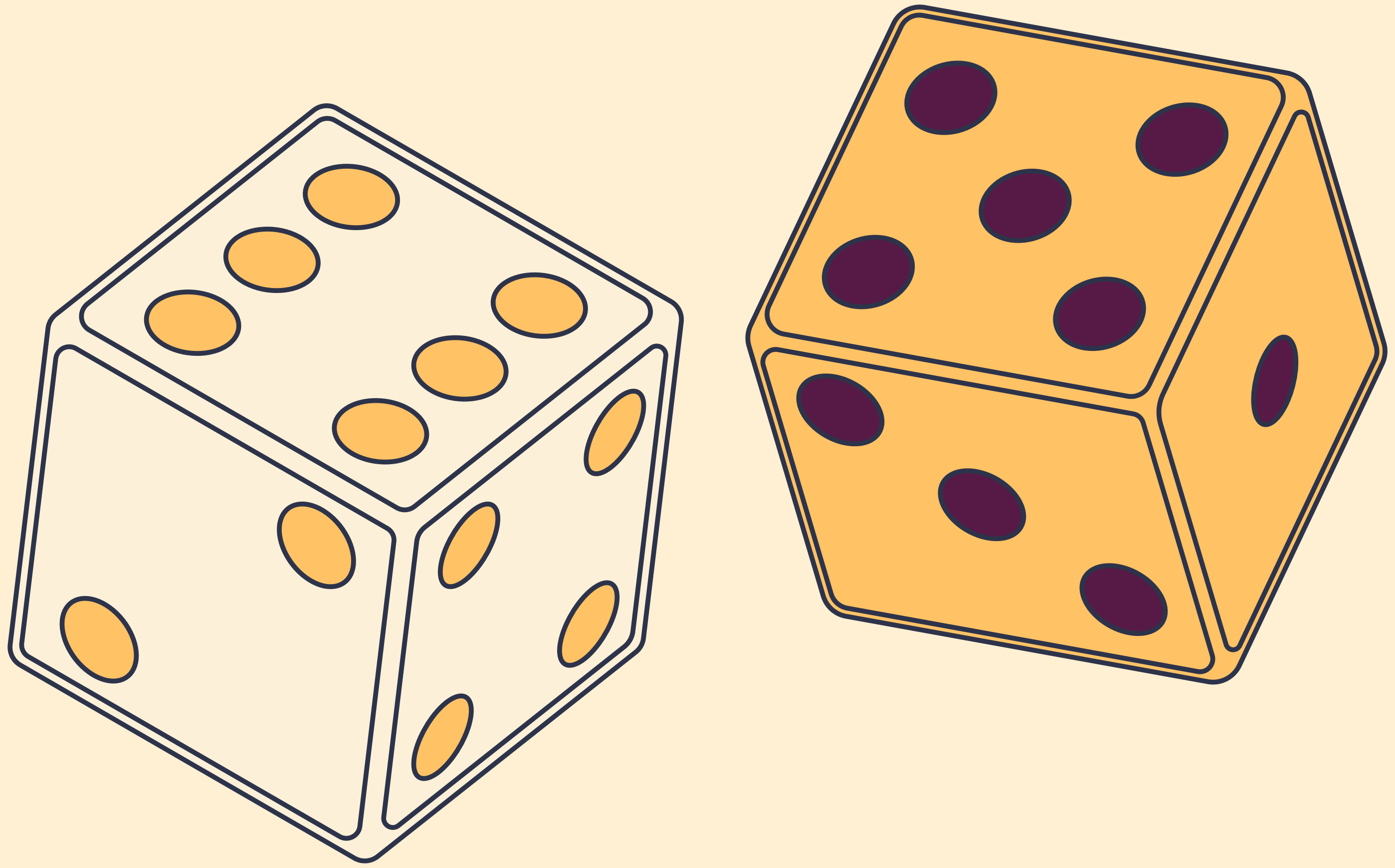
Paulina od Matematyki

Zadania

Środa

Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16 . Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

Paulina od Matematyki



Prawdopodobieństwo i statystyka

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Zadania

Ile jest wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 4?

A. 3
B. 4
C. 6
D. 8

411 221
141 212
114 122

Zadania

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, większych od 700, w których każda cyfra należy do zbioru {1, 2, 3, 7, 8, 9} i żadna cyfra się nie powtarza, jest

A. 108
B. 60
C. 40
D. 299

$\underset{\{7,8,9\}}{\underline{3}} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4}$ 60

Zadania

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się nie powtarzają, jest

A. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

B. $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

D. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

Zadania

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania pary liczb, których iloczyn jest większy od 20 , jest równe

A. $\frac{1}{6}$
B. $\frac{5}{36}$
C. $\frac{1}{9}$
D. $\frac{2}{9}$

Paulina od Matematyki

Zadania

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest równy 5. Wtedy

A. $p = \frac{1}{36}$

B. $p = \frac{1}{18}$

C. $p = \frac{1}{12}$

D. $p = \frac{1}{9}$

Zadania

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie równa 30. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zadania

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 8 lub liczbę podzielną przez 12.

Zadania

Ze zbioru liczb $\{\ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\ \}$ losujemy bez zwracania dwa razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby tworzą parę (a, b) gdzie a jest wynikiem pierwszego losowania, b jest wynikiem drugiego losowania. Oblicz, ile jest wszystkich par (a, b), takich, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą parzystą.

Statystyka

Zadania

Mediana zestawu danych 2, 12, a , 10, 5, 3 jest równa 7. Wówczas

A. $a = 4$
B. $a = 6$
C. $a = 7$
D. $a = 9$

Zadania

Uczniowie pewnej klasy zostali poproszeni o odpowiedź na pytanie: „Ile osób liczy twoja rodzina?” Wyniki przedstawiono w tabeli:

Liczba osób w rodzinie	liczba uczniów
3	6
4	12
x	2

Średnia liczba osób w rodzinie dla uczniów tej klasy jest równa 4. Wtedy liczba x jest równa

A. 3
B. 4
C. 5
D. 7

Zadania

Średnia wieku w pewnej grupie studentów jest równa 23 lata.
Średnia wieku tych studentów i ich opiekuna jest równa 24 lata.
Opiekun ma 39 lat. Oblicz, ilu studentów jest w tej grupie.

Paulina od Matematyki

Practice makes PROGRESS

Czy czujecie się pewniej?

Paulina od Matematyki

Good Luck!

Powodzenia na maturze!

Paulina od Matematyki

Znajdziesz mnie tutaj:

Paulina od Matematyki

paulina@skutecznekorepetycje.com

www.paulinaodmatematyki.com