Próbny Egzamin Ósmoklasisty Grudzień 2025/2026 – SCHEMAT OCENIANIA

Paulina od Matematyki

Zadanie 1. (0-1)

Dane są liczby 123 i 456.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Suma tych liczb jest podzielna przez 9.	P	F
Iloczyn tych liczb jest podzielny przez 9.	P	F

Odpowiedź: FP

Zadanie 2. (0-1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wartość wyrażenia $\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{16}{25}}$ jest równa A/B.

A. $\frac{7}{5}$ B. 1

Liczb całkowitych, które spełniają nierówność $\sqrt{30} < x < \sqrt{130}$ jest C/D.

C. 6 D. 7

Odpowiedź: BC

Zadanie 3. (0-1)

Dane jest wyrażenie

$$-x^2 - 2(x-5) + 6$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Dla $x = 2$ wartość tego wyrażenia wynosi 16.	P	F
Dla $x = 2$ i $x = -4$ wyrażenie osiąga taką samą wartość.	P	F

Odpowiedź: FP

Zadanie 4. (0-1)

Dane są liczby:

$$a = 2^{2026}, b = 4^{1014}, c = 32^{405}$$

Wybierz odpowiedź spośród podanych, gdzie liczby są uporządkowane w kolejności rosnącej.

A. $a < b < c$

B. $c < a < b$

C. $b < c < a$

D. $a < c < b$

Odpowiedź: B

Zadanie 5. (0-1)

Ania postanowiła sprawdzić swoje umiejętności matematyczne pisząc próbne egzaminy ósmoklasisty. Z pierwszego próbnego egzaminu zdobyła 50% wszystkich możliwych punktów, a z kolejnego już 75% wszystkich możliwych punktów.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli jest prawdziwe, albo F jeśli jest fałszywe.

Ania poprawiła swój wynik o 50%.	P	F
Ania z pierwszego próbnego egzaminu otrzymała o ponad 25% mniej punktów niż z drugiego.	P	F

Odpowiedź: PP

Zadanie 6. (0-1)

W okręgu środku w punkcie S i promieniu 10 poprowadzono cięciwę AB o długości 12.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe albo F - jeśli jest fałszywe.

Odległość środka okręgu od cięciwy wynosi 8.	**P**	**F**
Pole trójkąta ABS wynosi 60.	**P**	**F**

Odpowiedź: PF

Zadanie 7. (0-1)

Pole sześciokąta foremnego wynosi $24\sqrt{3}\ cm^2$. Jaka jest długość najkrótszej przekątnej w tym sześciokącie?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $4\ cm$ B. $2\sqrt{3}\ cm$ C. $4\sqrt{3}\ cm$ D. $8\sqrt{3}\ cm$

Odpowiedź: C

Zadanie 8. (0-1)

W pudełku jest 36 cukierków o różnych smakach: 6 miętowych, 18 czekoladowych, a reszta to cukierki o smaku truskawkowym. Ile jeszcze cukierków miętowych trzeba wrzucić do pudełka aby znalazło się w nim 25% cukierków miętowych?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 3

B. 4

C. 5

D. 2

Odpowiedź: B

Zadanie 9. (0-1)

Magda chodzi do szkoły chodnikiem, przy którym znajdują się latarnie. Pierwsza latarnia jest przy domu Magdy, a ostatnia – przy wejściu do szkoły. Odległość między każdymi dwiema latarniami wynosi 25 metrów, a Magda mija 17 latarni. Jaką drogę (w kilometrach) pokonuje Magda, idąc do szkoły?

A. 0,425 km B. 0,0425 km C. 0,04 km D. 0,4 km

Odpowiedź: D

Zadanie 10. (0-1)

Drukarnia, w której pracuje 12 maszyn, drukuje dany nakład książki w 15 godzin. Z powodu awarii działa tylko 8 maszyn. W jakim czasie te maszyny wydrukują taki sam nakład książki?

A. 22,3 h B. 10 h C. 18 h D. 22,5 h

Odpowiedź: D

Zadanie 11. (0-1)

Dany jest wzór: $4y = \frac{3}{x-2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyznaczając x z tego wzoru otrzymamy

A. $x = \frac{3}{4y-2}$ B. $x = \frac{3}{4y} - 2$ C. $x = \frac{3}{4y} + 2$ D. $x = \frac{4y+2}{3}$

Odpowiedź: C

Zadanie 12. (0-1)

Dany jest trapez prostokątny, o kącie ostrym 30°. Ile wynosi średnia arytmetyczna miar dwóch największych kątów tego trapezu?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 90° B. 120° C. 130° D. 150°

Odpowiedź: B

Zadanie 13. (0-1)

Samolot pasażerski na pewnym odcinku drogi leciał ze średnią prędkością $864\frac{km}{h}$. Jaka to prędkość w metrach na sekundę?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. mniej niż $220\frac{m}{s}$ B. $226\frac{m}{s}$ C. $240\frac{m}{s}$ D. ponad $240\frac{m}{s}$

Odpowiedź: C

Zadanie 14. (0-1)

Antek nie pamięta swojego 4-cyfrowego kodu PIN do telefonu. Wie tylko, że każda cyfra była inna, a suma wszystkich cyfr wynosiła 6. Pierwsza i ostatnia cyfra to cyfry parzyste.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich możliwości PIN-u Antka spełniających warunki jest:

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Odpowiedź: A

Zadanie 15. (0-1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny o obwodzie podstawy równym 18 cm. Wysokość ostrosłupa ma długość 3 cm.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Pole podstawy ostrosłupa wynosi $9\sqrt{3}\ cm^2$	**P**	**F**
Objętość ostrosłupa wynosi $27\sqrt{3}\ cm^3$.	**P**	**F**

Odpowiedź: PF

Zadanie 16. (0-2)

W pewnym konkursie logicznym wygraną są 3 nagrody pieniężne o łącznej wartości 3 tysiące złotych. Wiadomo, że:

- Nagroda za pierwsze miejsce jest warta więcej niż za miejsce drugie, a nagroda za drugie miejsce jest warta więcej niż za trzecie miejsce
- Nagroda za pierwsze miejsce jest warta siedmiokrotnie więcej niż za trzecie miejsce
- Różnica wartości między pierwszą a drugą nagrodą, jest trzykrotnie większa niż wartość nagrody za trzecie miejsce.

Uzasadnij, że średnia arytmetyczna wartości nagrody za pierwsze i trzecie miejsce jest równa wartości nagrody za drugie miejsce.

Rozwiązanie:

1p – zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą wynikającego z treści zadania

x – nagroda za trzecie miejsce

$7x$ – nagroda za pierwsze miejsce

y – nagroda za drugie miejsce

Z treści zadania wiemy, że różnica wartości między pierwszą a drugą nagrodą jest 3 razy większa niż trzecia nagroda:

$$7x - y = 3x$$

$$y = 4x$$

Suma wartości wszystkich trzech nagród to 3000 złotych, stąd:

$$7x + 4x + x = 3000$$

2p – uzasadnienie, że średnia arytmetyczna wartości nagrody za pierwsze i trzecie miejsce jest równa wartości nagrody za drugie miejsce

$$12x = 3000 \quad /:12$$

$$x = 250$$

$7x = 1750\ zł$ – pierwsza nagroda

$4x = 1000\ zł$ – druga nagroda

$x = 250\ zł$ – trzecia nagroda

$$\frac{1750 + 250}{2} = \frac{2000}{2} = 1000$$

c.n.d.

Zadanie 17. (0-2)

Dany jest romb, którego dłuższa przekątna ma długość 24 cm, a obwód wynosi 52 cm.

Ile wynosi pole tego rombu? Zapisz obliczenia.

Odpowiedź: $\boldsymbol{P = 120\ cm^2}$

Rozwiązanie:

1p – przedstawienie poprawnego sposobu obliczenia długości (połowy) krótszej przekątnej rombu – np. zapisanie odpowiedniego równania wynikającego z twierdzenia Pitagorasa

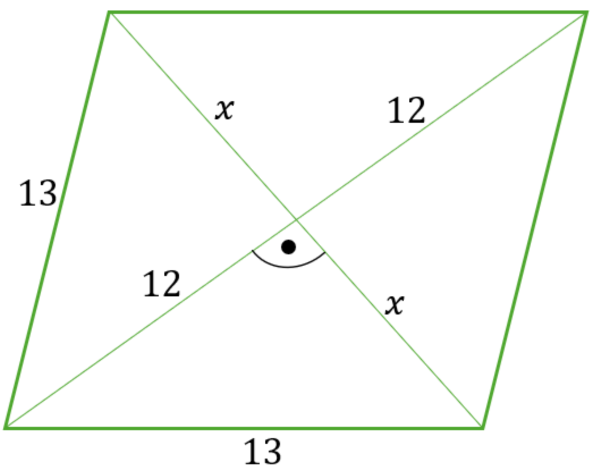
a – długość boku rombu

$$Obw = 52$$

$$4a = 52 \quad /:4$$

$$a = 13\ cm$$

Rysunek poglądowy:



Z twierdzenia Pitagorasa mamy:

$$12^2 + x^2 = 13^2$$

2p – obliczenie pola rombu

$$144 + x^2 = 169$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5\ cm$$

Przekątne rombu mają długości $e = 24\ cm$ oraz $f = 2x = 10\ cm$. Obliczamy jego pole:

$$P = \frac{ef}{2} = \frac{24 \cdot 10}{2} = \frac{240}{2} = 120\ cm^2$$

Zadanie 18. (0-3)

O 11:20 rodzina Nowaków wyruszyła samochodem do znajomych. Pierwszy odcinek drogi o długości 15 km przejechali w czasie 10 minut, po czym na 15 minut zatrzymali się na stacji benzynowej. Kolejny odcinek trasy o długości 100 km przejechali ze stałą prędkością 80 $\frac{km}{h}$. Potem zatrzymali się na pół godziny na pizzę. Ostatnie 30 kilometrów pokonali z taką samą prędkością, z jaką przejechali pierwszy odcinek.

Oblicz, o której godzinie Państwo Nowak dojechali do znajomych. Zapisz obliczenia.

Odpowiedź: 13:50

Rozwiązanie:

1p – obliczenie czasu, w jakim rodzina Nowaków pokonała odcinek o długości 100 km

$$s = 100\ km \qquad v = 80\frac{km}{h}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{100}{80}h = \frac{10}{8}h = \frac{5}{4}h = 1\frac{1}{4}h = 1\ h\ 15\ min$$

2p – obliczenie, o której godzinie rodzina Nowaków rozpoczęła podróż na ostatnim odcinku (o długości 30 kilometrów)

$$11{:}20 + 10\ min + 15\ min + 1h\ 15\ min + 30\ min = 13{:}30$$

3p – obliczenie, o której godzinie Państwo Nowak dojechali do znajomych

Ostatnie 30 kilometrów Państwo Nowakowie pokonali z tą samą prędkością, z jaką przejechali pierwszy odcinek. Skoro pierwszy 15 – kilometrowy odcinek przejechali w 10 minut, to ostatni 30 kilometrowy odcinek (dwa razy dłuższy niż pierwszy) pokonali w czasie dwa razy dłuższym czyli w 20 minut.

$$13{:}30 + 20\ min = 13{:}50$$

Zadanie 19. (0-3)

Marcin robił zakupy. Zapłacił łącznie 255 złotych za książkę, grę i plecak. Plecak kosztował o 25% więcej niż książka, a gra kosztowała o $\frac{1}{4}$ mniej, niż plecak.

Oblicz, ile kosztowała gra. Zapisz obliczenia.

Odpowiedź: 75 zł

Rozwiązanie:

1p – zapisanie cen wszystkich przedmiotów za pomocą jednej zmiennej

x – cena książki

$1{,}25x = 1\frac{1}{4}x = \frac{5}{4}x$ – cena plecaka

$\frac{5}{4}x \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{16}x$ – cena gry

2p – zapisanie równania z jedną niewiadomą wynikającego z treści zadania i rozwiązanie go

$$x + \frac{5}{4}x + \frac{15}{16}x = 255$$

$$\frac{16}{16}x + \frac{20}{16}x + \frac{15}{16}x = 255$$

$$\frac{51}{16}x = 255 \quad /:\frac{51}{16}$$

$$x = 255 \cdot \frac{16}{51}$$

$$x = 80\ zł$$

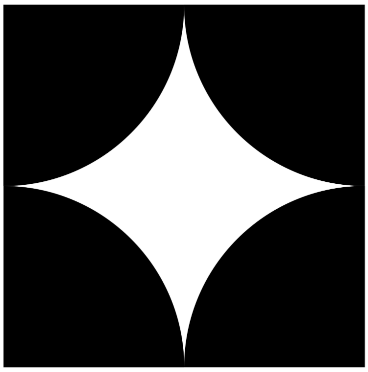
3p – obliczenie ceny gry

$$\frac{15}{16}x = \frac{15}{16} \cdot 80\ zł = 75\ zł$$

Zadanie 20. (0-2)

Pani Kowalska zauważyła w sklepie kwadratowe biało-czarne płytki (rysunek poniżej).

Oblicz wymiary tej płytki wiedząc, że biały fragment ma powierzchnię 100 cm^2 (przyjmij do obliczeń, że $\pi = 3$). Zapisz obliczenia.



Odpowiedź: 20 $cm \times$ 20 cm

Rozwiązanie:

1p – przedstawienie poprawnego sposobu obliczenia długości (połowy) boku kwadratu np. poprzez zapisanie odpowiedniego równania z jedną niewiadomą

r – długość promienia „ćwiartek kół” tworzących czarne fragmenty

$2r$ – długość boku kwadratu

Pole białego fragmentu jest różnicą pola kwadratu o boku $2r$ oraz pola koła o promieniu r (suma pól czterech czarnych ćwiartek kół jest równa polu całego koła). Mamy zatem:

$$(2r)^2 - \pi r^2 = 100$$

2p – obliczenie wymiarów płytki

$$4r^2 - 3r^2 = 100$$

$$r^2 = 100$$

$$r = 10\ cm$$

Bok kwadratu to $2r$, stąd wymiary płytki, to:

$$20\ cm \times 20\ cm$$

Zadanie 21. (0-3)

Staś ma 6 drewnianych sześciennych klocków, każdy o objętości 512 cm^3 i ułożył z nich graniastosłup w taki sposób, że każda krawędź graniastosłupa ma inną długość. Staś wykorzystał wszystkie klocki.

Jakie jest pole całkowite tego graniastosłupa? Zapisz obliczenia.

Odpowiedź: $\boldsymbol{P_c = 1408\ cm^2}$

Rozwiązanie:

1p – obliczenie długości krawędzi drewnianego sześciennego klocka

a – długość krawędzi drewnianego sześciennego klocka

$$V = 512$$

$$a^3 = 512 \quad /\sqrt[3]{}$$

$$a = 8\ cm$$

2p – obliczenie wymiarów graniastosłupa (prostopadłościanu) ułożonego przez Stasia

Wymiary prostopadłościanu ułożonego z 6 drewnianych klocków to:

$$16\ cm \times 8\ cm \times 24\ cm$$

3p – obliczenie pola całkowitego ułożonego graniastosłupa

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o wymiarach a, b, c wyraża się wzorem

$$P_c = 2(ab + bc + ac)$$

Mamy zatem:

$$P_c = 2(16 \cdot 8 + 8 \cdot 24 + 16 \cdot 24) = 2(128 + 192 + 384) = 2 \cdot 704 = 1408\ cm^2$$