CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin ósmoklasisty**
Przedmiot:	**Matematyka**
Formy arkusza:	OMAP-100-2405 (wersje arkusza X i Y) OMAP-200-2405 OMAP-400-2405 OMAP-C00-2405 OMAP-K00-2405 OMAU-C00-2405
Termin egzaminu:	15 maja 2024 r.
Data publikacji dokumentu:	21 czerwca 2024 r.

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach za pomocą […] diagramów słupkowych […]. VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości […]; 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
PP

Rozwiązanie – wersja Y[2]
PP

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
B

Rozwiązanie – wersja Y
C

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 15 lipca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. 2022 poz. 1591).
[2] Odpowiedzi w wersji Y dotyczą wyłącznie arkusza OMAP-100-2405.

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
PF

Rozwiązanie – wersja Y
PF

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe […]). V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
AC

Rozwiązanie – wersja Y
BD

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
A

Rozwiązanie – wersja Y
D

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
C

Rozwiązanie – wersja Y
B

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
PP

Rozwiązanie – wersja Y
PP

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe […] i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
C

Rozwiązanie – wersja Y
B

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
D

Rozwiązanie – wersja Y
A

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
D

Rozwiązanie – wersja Y
D

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej […]. XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą […] wykresów […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
PF

Rozwiązanie – wersja Y
FP

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	XVIII. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 1) znajduje współrzędne danych […] punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
A

Rozwiązanie – wersja Y
A

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
B

Rozwiązanie – wersja Y
C

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole trójkąta […] przedstawionych[ego] na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych [...].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
PP

Rozwiązanie – wersja Y
PP

Zadanie 15. (0−1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 6) oblicza […] pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X
BC

Rozwiązanie – wersja Y
AD

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
    1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
    2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
    3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
    4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
    5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
    6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
    7. niekończenie wyrazów
    8. problemy z zapisywaniem jednostek (np.℃ – 0C)
    9. błędy w przepisywaniu
    10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
    11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2,\ m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą […]. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli[3], prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (600)

  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym zestawie puzzli, w tym dla liczby 600 ***oraz*** wskazanie poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli (600),

  LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania tylko dla liczby 600 ***oraz*** wskazanie poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli (600).

1 punkt

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli, np.

  $\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440$ lub zapisy równoważne

  albo

  $\frac{3}{5}x + \frac{2}{3}x = 2x - 440$ lub zapisy równoważne

  LUB
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli z zastosowaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych, np.

[3] Dla arkusza OMAP-C00-2405 – pudełko puzzli.

$\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)$ to 440 ***oraz*** 1 to x ***oraz*** $x = 440 : \left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)$

albo

$\frac{11}{15}$ to 440 ***oraz*** $\frac{4}{15}$ to y ***oraz*** $\frac{11}{15} : \frac{4}{15} = 440 : y$

albo

$\frac{11}{15}$ to 440 ***oraz*** $\frac{1}{15}$ to $\frac{440}{11}$,

LUB

- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla przyjętych co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym zestawie puzzli **innych od liczby** 600,

  LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla przyjętych co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym zestawie puzzli w tym **dla liczby** 600, ale bez wskazania poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli,

  LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla liczby 600 oraz kontynuacja rozwiązania zadania bez wskazania poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Jeżeli uczeń w wyniku zastosowania poprawnego sposobu rozwiązania zadania otrzymuje liczbę 600, a następnie kontynuuje rozwiązanie zadania i z rozwiązania zadania nie wynika, że liczba 600 jest liczbą elementów w jednym zestawie puzzli, to otrzymuje 1 punkt.
2. Jeżeli uczeń w prezentowanych sposobach rozwiązania zadania (np. określonych w kryterium za 1 punkt) posługuje się przybliżeniami ułamków zwykłych, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

x – liczba elementów w jednym zestawie puzzli

$\frac{2}{5}x$ – liczba elementów, które ułożyła Ela

$\frac{1}{3}x$ – liczba elementów, które ułożyła Ania

Zapiszemy i rozwiążemy równanie prowadzące do obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli:

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440$$

$$\frac{11}{15}x = 440$$

$$x = 600$$

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

II sposób

Zapiszemy, jaką część zestawu puzzli ułożyły dziewczynki:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

Obliczymy, z ilu elementów składa się jeden zestaw puzzli:

$\frac{11}{15}$ zestawu puzzli to 440 elementów

$\frac{1}{15}$ zestawu puzzli to 40 elementów

$\frac{15}{15}$ zestawu puzzli to 600 elementów

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

III sposób

Zapiszemy, jaką część zestawu puzzli ułożyły dziewczynki łącznie:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

Obliczymy, jaka część zestawu puzzli została do ułożenia:

$$1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

zatem

$\frac{11}{15}$ zestawu puzzli to 440 elementów, więc $\frac{4}{15}$ zestawu puzzli to 160 elementów

Obliczymy, z ilu elementów składa się jeden zestaw puzzli:

$$440 + 160 = 600$$

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

IV sposób

Metoda prób i błędów

	Liczba elementów w jednym zestawie puzzli		
	300	600	900
Liczba elementów ułożonych przez Elę	$\frac{2}{5} \cdot 300 = 120$	$\frac{2}{5} \cdot 600 = 240$	$\frac{2}{5} \cdot 900 = 360$
Liczba elementów ułożonych przez Anię	$\frac{1}{3} \cdot 300 = 100$	$\frac{1}{3} \cdot 600 = 200$	$\frac{1}{3} \cdot 900 = 300$
Łączna liczba elementów, które ułożyły dziewczynki	220	440	660
Wniosek	$220 < 440$ (za mało)	$440 = 440$ (dobrze)	$660 > 440$ (za dużo)

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

Zadanie 17. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie); 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole […] trapezu […] przedstawionych[ego] na rysunku […].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia pola trapezu $ABCE$, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką $(650\ \text{cm}^2)$.

2 punkty

- zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości odcinka AE ***oraz*** wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego ***oraz*** poprawny sposób obliczenia długości odcinka AB, np. zapisanie
  $|AE|^2 = 15^2 + 20^2$ ***oraz*** $|AE| = |EC|$ ***oraz*** $15 + |EC| = |AB|$
  LUB

- zapisanie, że długość odcinka AE jest równa 25 cm ***oraz*** zapisanie, że długość odcinka AB jest równa 40 cm (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobów ich obliczenia,

  LUB
- zapisanie wzoru na pole trapezu zgodnie z oznaczeniami z uwzględnieniem zależności między długościami podstaw ***oraz*** zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości odcinka AE, np.

  $P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20$ ***oraz*** $|AE|^2 = 15^2 + 20^2$,

  LUB
- zapisanie wzoru na pole trapezu zgodnie z oznaczeniami z uwzględnieniem zależności między długościami podstaw ***oraz*** wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego, np.

  $P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20$ ***oraz*** $|AE| = |EC|$,

  LUB
- zapisanie wzoru na pole prostokąta $ABCD$ (albo prostokąta o bokach EC i CB) zgodnie z oznaczeniami ***oraz*** zastosowanie twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta AED ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola trójkąta AED,

  LUB
- zapisanie wzoru na pole prostokąta $ABCD$ (albo prostokąta o bokach EC i CB) zgodnie z oznaczeniami ***oraz*** wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego ***oraz*** poprawny sposób obliczenia pola trójkąta AED.

1 punkt
- poprawny sposób obliczenia długości odcinka AE, czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie

  $|AE|^2 = 15^2 + 20^2$

  LUB
- zapisanie, że długość odcinka AE jest równa 25 cm (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia,

  LUB
- wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego, np. zapisanie

  $|AE| = |EC|$,

  LUB
- zapisanie wzoru na pole trapezu zgodnie z oznaczeniami z uwzględnieniem zależności między długościami podstaw, np.

  $P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20$ lub zapisy równoważne,

  LUB
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest sumą pola trójkąta prostokątnego przystającego do trójkąta AED i pola prostokąta o bokach EC oraz CB,

  LUB

- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest różnicą pola prostokąta $ABCD$ i pola trójkąta prostokątnego AED, np.
  $P_{ABCE} = P_{ABCD} - P_{AED}$.

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.
2. Jeżeli uczeń bez wyznaczenia długości odcinka AE przyjmuje, że długości podstaw trapezu są równe 40 cm i 25 cm oraz konsekwentnie do tego założenia stosuje poprawny wzór na pole trapezu, nie popełnia błędów rachunkowych i zapisuje wynik z prawidłową jednostką $(650\ \mathrm{cm}^2)$, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób
Obliczymy długość przeciwprostokątnej AE trójkąta AED:

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$
$$|AE| = 25\ (\mathrm{cm})$$

Trójkąt ACE jest równoramienny (kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α), zatem:

$$|AE| = |EC|$$
$$|EC| = 25\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy długość boku AB prostokąta $ABCD$:

$$|AB| = 15 + 25 = 40\ (\mathrm{cm})$$

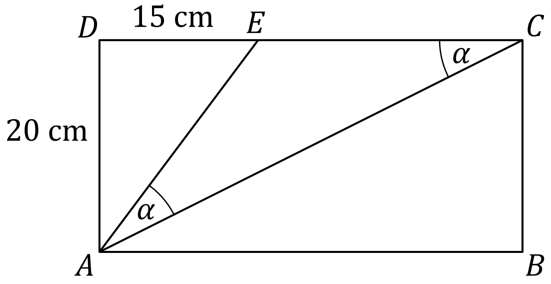
Obliczymy pole trapezu $ABCE$:

$$P = \frac{1}{2} \cdot (25 + 40) \cdot 20 = 650\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe $650\ \mathrm{cm}^2$.

II sposób

Prostokąt $ABCD$ jest podzielony na trzy trójkąty: AED, ACE, ABC.



Trójkąt AED jest prostokątny.

Obliczymy długość przeciwprostokątnej AE trójkąta AED:

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

Trójkąt ACE jest równoramienny (kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α), zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Zauważymy, że długość podstawy AB trapezu jest równa sumie $|EC| + 15$ (cm):

$$|AB| = |EC| + 15 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole trapezu $ABCE$:

$$P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20$$

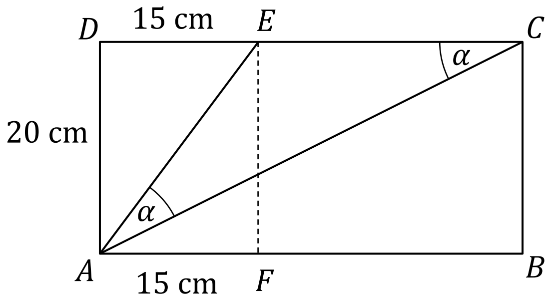
$$P_{ABCE} = \frac{1}{2}(25 + 25 + 15) \cdot 20$$

$$P_{ABCE} = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 20 = 650 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe 650 cm^2.

III sposób

W prostokącie $ABCD$ z punktu E poprowadzimy odcinek EF prostopadły do boku AB.



Zauważymy, że trójkąty AED oraz EAF są przystające.

Obliczymy pole trójkąta EAF:

$$P_{EAF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150\ (\mathrm{cm}^2)$$

Obliczymy długość przeciwprostokątnej AE:

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25\ (\mathrm{cm})$$

W trójkącie ACE kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α, więc jest on trójkątem równoramiennym, zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy pole prostokąta $FBCE$:

$$P_{FBCE} = |EC| \cdot |CB|$$

$$P_{FBCE} = 25 \cdot 20 = 500\ (\mathrm{cm}^2)$$

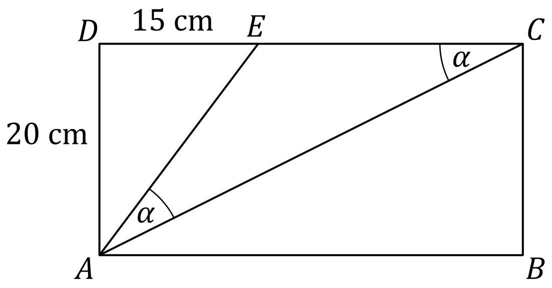
Pole trapezu $ABCE$ jest sumą pola prostokąta $FBCE$ i pola trójkąta prostokątnego EAF:

$$P_{ABCE} = P_{FBCE} + P_{EAF}$$

$$P_{ABCE} = 500 + 150 = 650\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe $650\ \mathrm{cm}^2$.

IV sposób



Trójkąt AED jest prostokątny.
Obliczymy długość przeciwprostokątnej AE trójkąta AED:

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$
$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

Trójkąt ACE jest równoramienny (kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α), zatem:

$$|AE| = |EC|$$
$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Długość boku AB prostokąta jest równa sumie $|EC| + 15$ (cm):

$$|AB| = |EC| + 15 \text{ (cm)}$$
$$|AB| = 25 + 15 = 40 \text{ (cm)}$$

Zauważymy, że pole trapezu $ABCE$ jest różnicą pola prostokąta $ABCD$ i pola trójkąta prostokątnego AED:

$$P_{ABCE} = P_{ABCD} - P_{AED}$$

Obliczymy pole prostokąta $ABCD$:

$$P_{ABCD} = |AD| \cdot |AB|$$
$$P_{ABCD} = 20 \cdot 40 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta AED:

$$P_{AED} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pole trapezu $ABCE$ jest równe:

$$P_{ABCE} = 800 - 150 = 650 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe 650 cm^2.

Zadanie 18. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą tabel […]. XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki […] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie
zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia kwoty otrzymanej ze sprzedaży wszystkich truskawek, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy (2472 zł).

2 punkty

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **kwot** otrzymanych ze sprzedaży truskawek w co najmniej dwóch rodzajach opakowań, np.

  $0{,}5 \cdot 120 \cdot 18$ ***oraz*** $10\% \cdot 120 : 0{,}5 \cdot 10$

  albo

  $0{,}5 \cdot 120 \cdot 18$ ***oraz*** $40\% \cdot 120 : 0{,}25 \cdot 6$

  albo

  $10\% \cdot 120 : 0{,}5 \cdot 10$ ***oraz*** $40\% \cdot 120 : 0{,}25 \cdot 6$

  LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **liczb** średnich i małych opakowań z truskawkami ***oraz*** zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **kwoty** otrzymanej ze sprzedaży truskawek w co najmniej jednym rodzaju opakowania, np.

  $(10\% \cdot 120 : 0{,}5$ ***oraz*** $40\% \cdot 120 : 0{,}25)$ ***oraz*** $0{,}5 \cdot 120 \cdot 18$

  albo

  $(10\% \cdot 120 : 0{,}5$ ***oraz*** $40\% \cdot 120 : 0{,}25)$ ***oraz*** $10\% \cdot 120 : 0{,}5 \cdot 10$

  albo

  $(10\% \cdot 120 : 0{,}5$ ***oraz*** $40\% \cdot 120 : 0{,}25)$ ***oraz*** $40\% \cdot 120 : 0{,}25 \cdot 6$,

  LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **mas** truskawek sprzedanych we wszystkich rodzajach opakowań ***oraz*** zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **cen** $1\ \mathrm{kg}$ truskawek sprzedawanych w średnich i małych opakowaniach, np.

$\left(\frac{1}{2}\cdot 120\right.$ ***oraz*** $10\%\cdot 120$ ***oraz*** $\left.40\%\cdot 120\right)$ ***oraz*** $(2\cdot 10$ oraz $4\cdot 6)$.

1 punkt

- zapisane poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **mas** truskawek sprzedanych w co najmniej dwóch rodzajach opakowań, np.

  $\frac{1}{2}\cdot 120$ ***oraz*** $10\%\cdot 120$

  albo

  $\frac{1}{2}\cdot 120$ ***oraz*** $40\%\cdot 120$

  albo

  $10\%\cdot 120$ ***oraz*** $40\%\cdot 120$

  lub

  zapisanie masy truskawek w dużych opakowaniach $(60\ \mathrm{kg})$ ***oraz*** w średnich opakowaniach $(12\ \mathrm{kg})$ ***oraz*** w małych opakowaniach $(48\ \mathrm{kg})$ bez przedstawienia sposobów ich obliczenia

  LUB
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **kwoty** otrzymanej ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach, np.

  $\frac{1}{2}\cdot 120\cdot 18$,

  LUB
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **liczby** średnich albo małych opakowań, np.

  $10\%\cdot 120 : 0{,}5$ lub $0{,}1\cdot 120\cdot 2$

  albo

  $40\%\cdot 120 : 0{,}25$ lub $0{,}4\cdot 120\cdot 4$,

  LUB
- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **cen** $1\ \mathrm{kg}$ truskawek, sprzedawanych w średnich ***oraz*** małych opakowaniach, np.

  średnie: $2\cdot 10$ ***oraz*** małe: $4\cdot 6$

  lub

  zapisanie ceny $1\ \mathrm{kg}$ truskawek w średnich opakowaniach $(20\ \mathrm{zł})$ ***oraz*** ceny $1\ \mathrm{kg}$ truskawek w małych opakowaniach $(24\ \mathrm{zł})$ bez przedstawienia sposobów ich obliczenia.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Jeżeli uczeń do wyznaczenia masy truskawek w małych (średnich) opakowaniach wykorzystuje błędnie obliczoną masę truskawek w średnich (małych) opakowaniach i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca
   a) bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
   b) z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.
3. Jeżeli uczeń poprawnie oblicza masy truskawek sprzedawanych w średnich i w małych opakowaniach, a do obliczenia kwot otrzymanych z ich sprzedaży zamienia ze sobą te masy i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie do końca
   a) bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
   b) z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Masa truskawek sprzedanych w dużych, średnich i małych opakowaniach:

duże $50\% \cdot 120 = 60$ (kg)

średnie $10\% \cdot 120 = 12$ (kg)

małe $40\% \cdot 120 = 48$ (kg)

Liczba poszczególnych opakowań:

duże 60

średnie $12 \cdot 2 = 24$

małe $48 \cdot 4 = 192$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

duże $60 \cdot 18 = 1080$ (zł)

średnie $24 \cdot 10 = 240$ (zł)

małe $192 \cdot 6 = 1152$ (zł)

Łączna kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$1080 + 240 + 1152 = 2472$ (zł)

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2472 zł.

II sposób

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach:

$0{,}5 \cdot 120 \cdot 18 = 1080$ (zł)

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w średnich opakowaniach:

$10\% \cdot 120 \cdot 2 \cdot 10 = 240$ (zł)

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w małych opakowaniach:

$40\% \cdot 120 \cdot 4 \cdot 6 = 1152$ (zł)

Łączna kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$1080 + 240 + 1152 = 2472$ (zł)

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2472 zł.

III sposób

Masa truskawek sprzedanych w dużych, średnich i małych opakowaniach:

duże $0{,}5 \cdot 120 = 60\ (\mathrm{kg})$

średnie $10\% \cdot 120 = 12\ (\mathrm{kg})$

małe $40\% \cdot 120 = 48\ (\mathrm{kg})$

Cena za $1\ \mathrm{kg}$ truskawek w poszczególnych opakowaniach:

duże 18 (zł)

średnie $2 \cdot 10 = 20$ (zł)

małe $4 \cdot 6 = 24$ (zł)

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$60 \cdot 18 + 12 \cdot 20 + 48 \cdot 24 = 1080 + 240 + 1152 = 2472$ (zł)

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2472 zł.

Zadanie 19. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 6) oblicza objętości […] ostrosłupów prawidłowych. XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych […].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie
poprawny sposób obliczenia różnicy wysokości obu wież, prawidłowe obliczenia ***oraz*** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką $(2\ \mathrm{cm})$.

1 punkt
poprawny sposób obliczenia wysokości ostrosłupa, tzn. zapisanie równania z jedną niewiadomą lub wyrażeń arytmetycznych z wykorzystaniem wzoru na jego objętość ***oraz*** z uwzględnieniem wszystkich danych liczbowych (długości krawędzi podstawy ostrosłupa i jego objętości), np.

$$324 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot H$$

albo

$$324 : \left(\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9\right).$$

0 punktów
rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

<u>Uwaga</u>
Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Obliczymy wysokość ostrosłupa, skorzystamy ze wzoru na jego objętość:

$$V=\frac{1}{3}\cdot P_p\cdot H$$

$$324=\frac{1}{3}\cdot 9\cdot 9\cdot H$$

$$324 = 27\cdot H$$

$$H=\frac{324}{27}$$

$$H=12\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy wysokości obu wież:

Wieża I: $12+10=22\ (\mathrm{cm})$

Wieża II: $10+10=20\ (\mathrm{cm})$

Obliczymy różnicę wysokości obu wież:

$$22-20=2\ (\mathrm{cm})$$

Odpowiedź: Różnica wysokości obu wież jest równa $2\ \mathrm{cm}$.

II sposób

Obliczymy wysokość ostrosłupa, skorzystamy ze wzoru na jego objętość:

$$V=\frac{1}{3}\cdot P_p\cdot H$$

$$324=\frac{1}{3}\cdot 9\cdot 9\cdot H$$

$$324 = 27\cdot H$$

$$H=\frac{324}{27}$$

$$H=12\ (\mathrm{cm})$$

Ponieważ obie wieże w podstawie mają klocki sześcienne o tych samych wymiarach, wystarczy porównać wysokość ostrosłupa i wysokość sześcianu.
Zatem różnica wysokości obu wież jest równa:

$$12-10=2\ (\mathrm{cm})$$

Odpowiedź: Różnica wysokości obu wież jest równa $2\ \mathrm{cm}$.

III sposób

Obliczymy pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego:

$$P_p = 9^2 = 81\ (\mathrm{cm}^2)$$

Przekształcimy wzór na objętość ostrosłupa i obliczymy jego wysokość:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H \ /\cdot 3$$

$$3 \cdot V = P_p \cdot H$$

$$H = \frac{3 \cdot V}{P_p}$$

$$H = \frac{3 \cdot 324\ (\mathrm{cm}^3)}{81\ (\mathrm{cm}^2)}$$

$$H = \frac{324\ (\mathrm{cm}^3)}{27\ (\mathrm{cm}^2)}$$

$$H = 12\ (\mathrm{cm})$$

Obliczymy wysokości obu wież:

Wieża I: $12 + 10 = 22\ (\mathrm{cm})$

Wieża II: $10 + 10 = 20\ (\mathrm{cm})$

Obliczymy różnicę wysokości obu wież:

$$22 - 20 = 2\ (\mathrm{cm})$$

Odpowiedź: Różnica wysokości obu wież jest równa $2\ \mathrm{cm}$.