

#### IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

#### Treści nauczania – wymagania szczegółowe

#### KLASY IV–VI

##### I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:

- 1) zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.

##### II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:

- 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora;
- 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 4) stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
- 5) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;
- 6) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;

- 7) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;
- 8) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- 9) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 10) szacuje wyniki działań;
- 11) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb naturalnych co najwyżej trzycyfrowych metodą rozkładu na czynniki;
- 12) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;
- 13) odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń może wypisać;
- 14) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, co najwyżej trzycyfrowe, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;
- 15) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby  $a$  przez liczbę  $b$  i zapisuje liczbę  $a$  w postaci  $a = b \cdot q + r$ , gdzie  $0 \leq r < b$ .

### III. Liczby całkowite. Uczeń:

- 1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- 2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
- 3) oblicza wartość bezwzględną;
- 4) porównuje liczby całkowite;
- 5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

### IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:

- 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- 2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek zwykły;
- 3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- 4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;
- 6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;

- 7) zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- 8) zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;
- 9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);
- 10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego, uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;
- 11) w sytuacjach praktycznych zaokrągla ułamki dziesiętne do co najwyżej drugiego miejsca po przecinku (zł, gr, m, cm, mm itp.);
- 12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne);
- 13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, której część określono za pomocą ułamka)
- 14) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby.

#### V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:

- 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;
- 2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych), pisemnie (w przypadku gdy ułamki mają razem co najwyżej 6 cyfr różnych od zera) i za pomocą kalkulatora (w przykładach trudniejszych);
- 3) porównuje ułamki z wykorzystaniem ich różnicy;
- 4) oblicza ułamek danej liczby całkowitej;
- 5) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;
- 6) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora;
- 7) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub na liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych, z uwzględnieniem reguł dotyczących kolejności wykonywania działań, o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie:

$$-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot \left(2,5 - 3\frac{2}{3}\right) + 1,25.$$

#### VI. Elementy algebry. Uczeń:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, np. zapisuje obwód trójkąta o bokach:  $a$ ,  $a + 2$ ,  $b$ ;
- 3) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (przez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego), np.  $\frac{x-2}{3} = 4$ .

#### VII. Proste i odcinki. Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje proste, odcinki prostopadłe i równoległe;
- 3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;
- 4) mierzy odcinek z dokładnością do 1 mm;
- 5) znajduje odległość punktu od prostej.

#### VIII. Kąty. Uczeń:

- 1) wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek;
- 2) mierzy z dokładnością do  $1^\circ$  kąty mniejsze niż  $180^\circ$ ;
- 3) rysuje kąty mniejsze od  $180^\circ$ ;
- 4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 5) porównuje kąty;
- 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.

#### IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
- 2) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta o zadanych bokach;
- 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;
- 4) rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez;

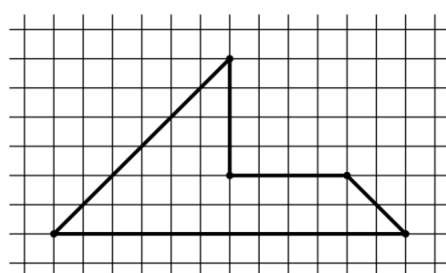
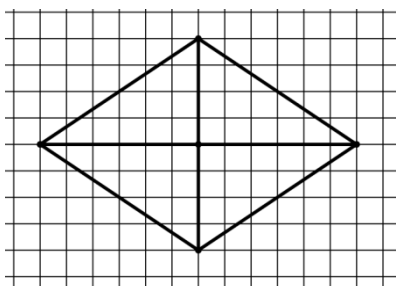
- 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;
- 6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu;
- 7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę;
- 8) w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie: miary pozostałych kątów; oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku – długości pozostałych boków.

#### X. Bryły. Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościanny i sześcianny oraz uzasadnia swój wybór;
- 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 4) rysuje siatki prostopadłościannów;
- 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi.

#### XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:

- 1) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów;
- 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 3) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek;
- 4) stosuje jednostki pola:  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{km}^2$ , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);
- 5) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów jak w sytuacjach:



- 6) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi;
- 7) stosuje jednostki objętości i pojemności:  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$ , mililitr, litr.

#### XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:

- 1) interpretuje 100 % danej wielkości jako całość, 50 % – jako połowę, 25 % – jako jedną czwartą, 10 % – jako jedną dziesiątą, 1 % – jako jedną setną części danej wielkości liczbowej;
- 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50 %, 20 %, 10 %;
- 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
- 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona;
- 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;
- 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości  $\text{km/h}$  i  $\text{m/s}$ .

#### XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach, np.: wartości z wykresu, wartość największą, najmniejszą, opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, np. z użyciem określenia „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same” („przyjmowana wartość jest stała”).

#### XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

- 1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe;
- 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;

- 4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania, np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku;
- 7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązany zadaniu.

## KLASY VII i VIII

### I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:

- 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
- 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;
- 4) podnosi potęgę do potęgi;
- 5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej  $a \cdot 10^k$ , gdy  $1 \leq a < 10$ ,  $k$  jest liczbą całkowitą.

### II. Pierwiastki. Uczeń:

- 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
- 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;
- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, np. znajduje liczbę całkowitą  $a$  taką, że:  $a \leq \sqrt{137} < a + 1$ ;
- 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, włącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;
- 5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń:

- 1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie: Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał  $n$  kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich.

Uczeń:

- 1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);
- 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne;
- 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;
- 4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne.

V. Obliczenia procentowe. Uczeń:

- 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
- 2) oblicza liczbę  $a$  równą  $p$  procent danej liczby  $b$ ;
- 3) oblicza, jaki procent danej liczby  $b$  stanowi liczba  $a$ ;
- 4) oblicza liczbę  $b$ , której  $p$  procent jest równe  $a$ ;
- 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach dwukrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:

- 1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, np. sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od  $-8$  są rozwiązaniami równania  $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$ ;
- 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;



- 3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;
- 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

#### VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:

- 1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
- 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru;
- 3) stosuje podział proporcjonalny.

#### VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:

- 1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);
- 2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;
- 3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;
- 4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;
- 5) zna nierówność trójkąta  $AB + BC \geq AC$  i wie, kiedy zachodzi równość;
- 6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;
- 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);
- 8) przeprowadza dowody geometryczne nie trudniejsze niż w przykładach:
  - a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $AC = BC$ . W tym trójkącie poprowadzono wysokość  $AD$ . Udowodnij, że kąt  $ACB$  jest dwa razy większy od kąta  $BAD$ ,
  - b) na bokach  $BC$  i  $CD$  prostokąta  $ABCD$  zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne  $BCE$  i  $CDF$ . Udowodnij, że  $AE = AF$ .

## IX. Wielokąty. Uczeń:

- 1) zna pojęcie wielokąta foremnego;
- 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków w zadaniach nie trudniejszych niż w przykładach:
  - a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,
  - b) przekątne rombu  $ABCD$  mają długości  $AC = 8$  dm i  $BD = 10$  dm. Przekątną  $BD$  rombu przedłużono do punktu  $E$  w taki sposób, że odcinek  $BE$  jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta  $CDE$ . (Zadanie ma dwie odpowiedzi.)

## X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

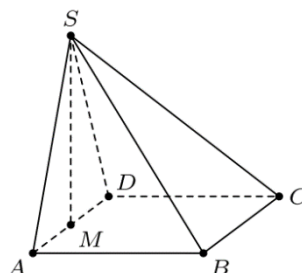
- 1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak  $x \geq 1,5$  lub taki jak  $x < -\frac{4}{7}$ ;
- 2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;
- 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);
- 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;
- 5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;
- 6) dla danych punktów kratowych  $A$  i  $B$  znajduje inne punkty kratowe należące do prostej  $AB$ .

## XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa kąty mają miarę po  $45^\circ$ , a najdłuższy bok ma długość  $6\sqrt{2}$  dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

- 3) oblicza objętości ostrosłupów i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych, i takich, które nie są prawidłowe w zadaniach nie trudniejszych niż w przykładzie:

Prostokąt  $ABCD$  jest podstawą ostrosłupa  $ABCDS$ , punkt  $M$  jest środkiem krawędzi  $AD$ , odcinek  $MS$  jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi:  $AD = 10$  cm,  $AS = 13$  cm oraz  $AB = 20$  cm.



Oblicz objętość ostrosłupa.

XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

- 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;
- 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
- 2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:

- 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- 2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
- 3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- 4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu.

XV. Symetrie. Uczeń:

- 1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;

- 2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta jak w przykładzie:  
Wierzchołek  $C$  rombu  $ABCD$  leży na symetralnych boków  $AB$  i  $AD$ . Oblicz miary kątów tego rombu;
- 3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;
- 4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

### Warunki i sposób realizacji

Dział XV podstawy programowej w zakresie przedmiotu matematyka dla klas VII i VIII może zostać zrealizowany po egzaminie ósmoklasisty.

W klasach IV–VI, kiedy nauka matematyki odbywa się przede wszystkim na konkretnych obiektach, należy zadbać o pracę na przykładach, bez wprowadzania nadmiaru pojęć abstrakcyjnych. Dużą pomocą dla ucznia jest możliwość eksperymentowania z liczbami, rozwiązywania zagadek logicznych i logiczno-matematycznych, a także ćwiczenia polegające na pracy lub zabawie z różnymi figurami lub bryłami w geometrii. W szczególności, rozwiązywanie równań przez zgadywanie powinno być w klasach IV–VI traktowane jako poprawna metoda.

W klasach IV–VI należy dbać o precyzję wypowiedzi, ale trzeba pamiętać o tym, aby unikać sytuacji, w której uczeń zostaje uznany za niezdolnionego matematycznie, gdy nie potrafi wyrazić poprawnego rozwiązania w sposób odpowiednio formalny, zgodnie z oczekiwaniami nauczyciela. Umiejętność posługiwania się takimi pojęciami matematycznymi jak: kąt, długość, pole, suma algebraiczna jest o wiele bardziej istotna niż zapamiętanie formalnej definicji. W nauczaniu matematyki ważne jest, aby uczeń zrozumiał sens reguł formalnych.

#### 1. Nauczanie wielopoziomowe.

Myślenie abstrakcyjne kształtuje się w wieku 11–15 lat, ale u wielu dzieci w różnym tempie, i nie musi to oznaczać większych bądź mniejszych zdolności matematycznych. Z uwagi na różną szybkość rozwoju myślenia uczniów klas VII i VIII, a także częściowo klasy VI, można rozważyć wprowadzenie nauczania matematyki w grupach międzyoddziałowych na różnych poziomach, podobnie jak to jest praktykowane w nauczaniu języków obcych nowożytnych. Grupy międzyoddziałowe realizowałyby różne partie materiału w tempie dostosowanym do możliwości uczniów, przy zachowaniu realizacji podstawy programowej w zakresie

przedmiotu matematyka. Takie podejście nie powinno dzielić uczniów na lepszych lub gorszych, ale ma umożliwić uczniom, u których myślenie abstrakcyjne rozwija się wolniej, płynne przejście do etapu myślenia abstrakcyjnego. Uczniom, u których to myślenie rozwinęło się szybciej, należy proponować zadania trudniejsze i pozwalające na głębszą analizę zagadnień, aby właściwie stymulować ich rozwój.

## 2. Sprawność rachunkowa.

Umiejętność wykonywania działań w pamięci, poza ćwiczeniem pamięci i koncentracji, rozwija i wspomaga zdolność przeprowadzania rozumowania. Pożądaną umiejętnością u ucznia jest, aby mając do obliczenia  $23 + 49 + 77$ , zauważył, że  $23 + 77 = 100$ , a więc ostateczny wynik sumy jest równy 149.

Wykonywanie działań pisemnie jest wstępem do bardziej zaawansowanych zagadnień. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie pisemne przygotowuje do dodawania, odejmowania i mnożenia sum algebraicznych. Dzielenie pisemne przygotowuje do dzielenia wielomianu przez wielomian. Niemniej, wykonywanie działań pisemnych nie powinno prowadzić do uciążliwych rachunków.

## 3. Ułamki zwykłe.

Uczeń powinien dobrze poznać i stosować zasady dodawania i odejmowania, mnożenia i dzielenia, oraz rozszerzania i skracania ułamków zwykłych. Aby dobrze opanować podstawowe działania na ułamkach, umiejętność tę należy systematycznie utrzymywać na II. etapie nauczania.

## 4. Kalkulatory.

Uczeń powinien umieć korzystać z nowoczesnych metod wykonywania obliczeń, w tym za pomocą kalkulatora.

Uczeń powinien zapoznać się z ograniczeniami (niektórych) kalkulatorów, mianowicie obliczenie pierwiastka z liczby całkowitej i podniesienie go do kwadratu niekoniecznie prowadzi do wyjściowej liczby, ze względu na błąd zaokrąglenia. Z tego samego powodu obliczenie rozwinięcia dziesiętnego za pomocą kalkulatora a następnie pomnożenie na kalkulatorze przez mianownik, niekoniecznie musi prowadzić do liczby całkowitej równej licznikowi. Inną sprawą jest znajdowanie rozwinięć okresowych za pomocą kalkulatora: jeśli kalkulator wypisuje rozwinięcie dziesiętne ułamka jako np. 0,463417171, to uczeń powinien

wiedzieć, że może to oznaczać zarówno  $0,46341(71)$ , jak i  $0,463(417171)$ , a nawet  $0,4634171(70)$ ; naturalnie istnieją jeszcze inne możliwości.

#### 5. Zadania na dowodzenie.

Zadania na dowodzenie stanowią ważny element wykształcenia matematycznego. Uczeń powinien dowiedzieć się, że w twierdzeniach zaczynających się od słów „wykaż, że dla każdego...” podawanie wielu przykładów nie jest dowodem, a podanie jednego kontrprzykładu świadczy o tym, że stwierdzenie nie jest prawdziwe. Nie oznacza to, że uczeń nie powinien szukać przykładów bądź kontrprzykładów. Często takie poszukiwanie i sprawdzanie prawdziwości tezy dla konkretnych przypadków pozwala uczniowi zrozumieć postawiony problem, a następnie podać ogólne rozumowanie.

W szkole podstawowej zadania na dowodzenie powinny być proste (w przypadku zdolnych uczniów można rozszerzyć stopień trudności). Oznacza to, że np. do dowodu zadania z geometrii powinno wystarczyć obliczanie kątów (z wykorzystaniem równości kątów wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych, twierdzenia o sumie kątów trójkąta oraz twierdzenia o kątach przy podstawie trójkąta równoramiennego), użycie cech przystawania trójkątów do uzasadnienia przystawania jednej dostrzeżonej pary trójkątów przystających oraz wyciągnięcie wniosków z tej własności.

#### 6. Statystyka.

Szczególną rolę w kształceniu matematycznym odgrywają zadania ze statystyki. Z jednej strony odczytywanie i prezentowanie danych wiąże matematykę z życiem codziennym i otwiera cały wachlarz zastosowań praktycznych, zatem wskazane jest, aby znaczna część zadań dotyczyła danych rzeczywistych wraz z podaniem ich weryfikowalnego źródła.

Z drugiej strony, np. operowanie wykresami zależności pozwala na intuicyjne opanowanie trudnych i abstrakcyjnych pojęć takich jak funkcja, monotoniczność, ekstrema, przy użyciu minimalnej wiedzy matematycznej (nie należy wprowadzać tych pojęć w szkole podstawowej). Stanowi to wstęp do wprowadzenia tych pojęć w szkole ponadpodstawowej.

Warto przy tym dodać, że operowanie na danych rzeczywistych wiąże się ze sporą złożonością rachunkową. Uczniowie powinni być nauczeni, jak efektywnie wspomagać się sprzętem elektronicznym (kalkulator, komputer) przy rozwiązywaniu zadań ze statystyki.